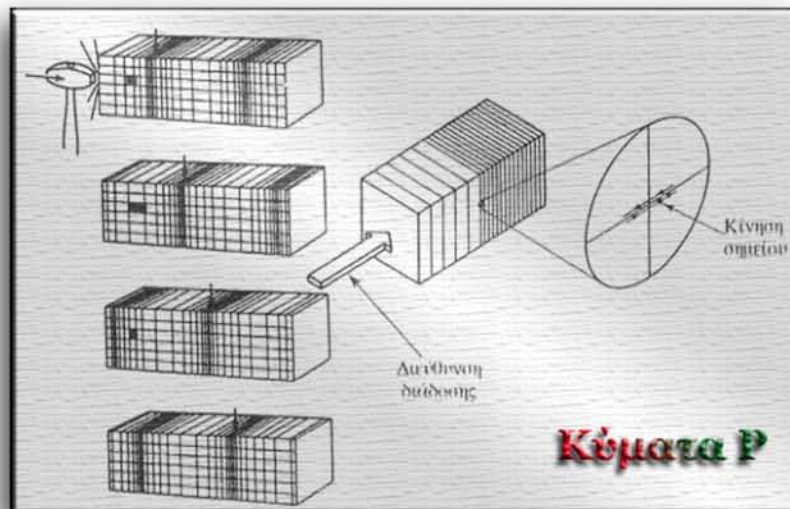


ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ»

Α.Σ.Τ.Ε. Ι

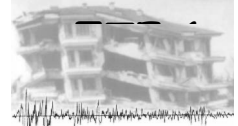
Υπεύθυνος: Κ. Πιτιλάκης

Θέμα Τεχνικής Σεισμολογίας
και Εδαφομηχανικής



Όνοματεπώνυμο: Οικονόμου Θεμιστοκλής

Δευτέρα, 27 Ιανουαρίου 2003



ΜΠΣ : Αντισεισμικός Σχεδιασμός Τεχνικών Έργων
Μάθημα : Τεχνική Σεισμολογία – Εδαφοδυναμική (ΑΣΤΕ 1)

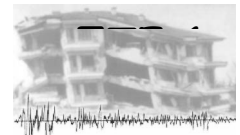
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ – ΑΣΚΗΣΕΙΣ (στη Σεισμολογία & Τεχνική Σεισμολογία)

1. Να διερευνηθεί και να δικαιολογηθεί επαρκώς η φυσική σημασία της σεισμικής ροπής M_0 και της πτώσης τάσης σ_0 στην τεχνική σεισμολογία και στη σεισμική μηχανική.
2. Να εξηγηθεί με επιστημονική επάρκεια ο λόγος για τον οποίο οι επιφανειακοί και "κοντινοί" σεισμοί είναι περισσότερο "υψίσυχοι" από τους "μακρινούς" και ενδιάμεσου βάθους.
3. Η σεισμικότητα περιγράφεται από τη σχέση $\log(N) = a - bM$, όπου N είναι ο αριθμός των σεισμών ανά έτος με μέγεθος μεγαλύτερο ή ίσο του M . Εξηγείστε τη φυσική σημασία των συντελεστών "a" και "b".
4. Εάν μια συνάρτηση ακολουθεί την κατανομή Poisson και η πιθανότητα ενός "επιτυχούς" γεγονότος (σεισμού) σε κάθε δοκιμή είναι "p", τότε η πιθανότητα "x" "επιτυχών" γεγονότων (σεισμών) σε "n" δοκιμές δίδεται από τη σχέση :

$$f(x) = \frac{(np)^x \cdot e^{-np}}{x!}$$

Χρησιμοποιώντας αυτή την εξίσωση και τη σχέση: $\log(N) = a - bM$, να εκτιμήσετε μια σχέση για την πιθανότητα ένα δεδομένο μέγεθος M να ξεπεραστεί σε μια δεδομένη χρονική περίοδο T .

5. Ένας σεισμός προκαλεί μια μέση μετάθεση 1,5m ($\lambda = \pi/2$), σε μήκος 60km και κατ' εκτίμηση μέχρι βάθους 12km. Εάν υποθέσουμε ότι η μέση διατμητική αντοχή του πετρώματος σε όλη την επιφάνεια του ρήγματος είναι 200KPa και το μέτρο διάτμησης έχει τιμή 20000MPa ($0,2 \cdot 10^{12}$ dyn/cm²) να εκτιμηθούν :
(α) η M_0 και (β) το μέγεθος M_w .
6. Εξηγείστε με σαφήνεια τον τρόπο διάδοσης στο χώρο των κυμάτων P και S (SV και SH). Ειδική έμφαση να δοθεί στη διεύθυνση της κίνησης των μορίων και στη διεύθυνση της διάδοσης (σχήμα, ερμηνεία).
7. Ένας σειсмоγράφος έχει καταγράψει έναν τοπικό σεισμό, με εστιακό βάθος 8 km. Υποθέστε ότι ο φλοιός αποτελείται από ένα ενιαίο στρώμα πάχους 30 km και η μέση ταχύτητα P στο φλοιό είναι 4,8 km/sec, ενώ αντίστοιχα στο μανδύα είναι 7,5 km/sec. Υποθέστε ακόμη ότι ο σταθμός απέχει 70 km από το επίκεντρο του σεισμού. Να υπολογισθεί η διαφορά στους χρόνους πρώτης άφιξης των κυμάτων P και S στο συγκεκριμένο σταθμό.
8. Να προσδιορισθούν αναλυτικά οι σχέσεις που περιγράφουν τις αρχές λειτουργίας των επιταχυνσιογράφων.



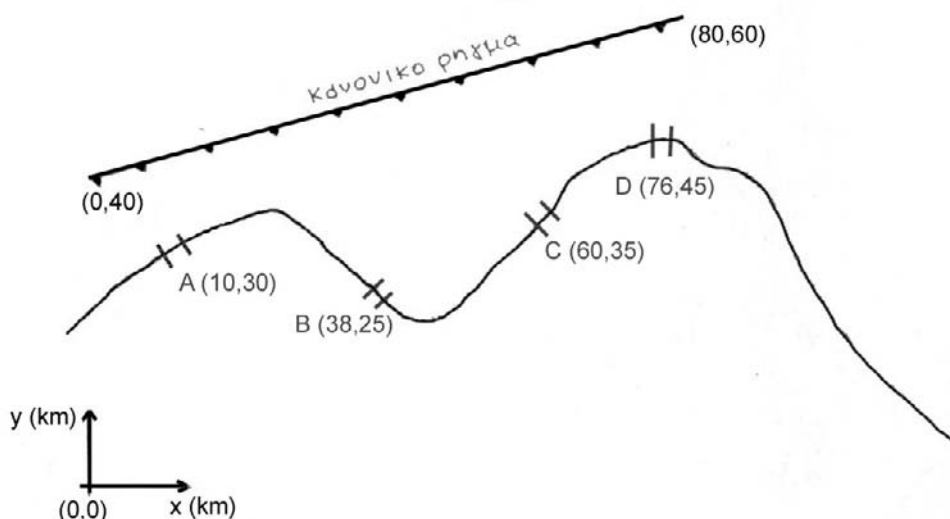
9. Σε δύο σεισμικώς ενεργές περιοχές, σε διάστημα 100 χρόνων, έχουν συμβεί – με βάση (α) ενόργανες μετρήσεις και (β) έμμεσες εκτιμήσεις – 2000 περίπου σεισμοί $M > 3$. Η επεξεργασία των στοιχείων κατέληξε στην παρακάτω κατανομή :

	Περιοχή (Α)	Περιοχή (Β)
M_w	Αριθμός Σεισμών	
3 – 4	1800	1900
4 – 5	150	200
5 – 6	10	15
6 – 7	2	5
> 7	1	3

- (α) Να εκτιμηθούν οι σταθερές a και b του νόμου Gutenberg – Richter, στις δυο περιοχές.
 (β) Να υπολογισθεί η πιθανότητα να συμβεί στην κάθε περιοχή ένας σεισμός $M_w = 6,5$.

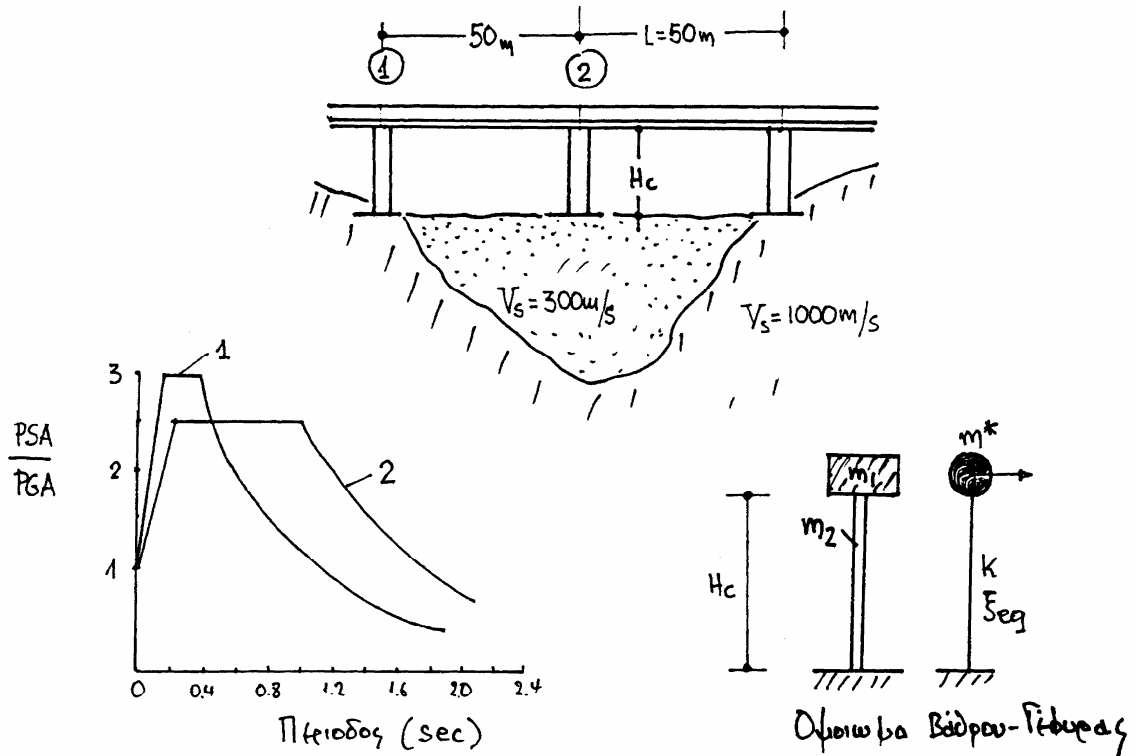
10. Εκτίμηση των παραμέτρων της αναμενόμενης ισχυρής εδαφικής κίνησης στη θέση μιας γέφυρας (στο αντίστοιχο τμήμα που αφορά κάθε ομάδα) και για τρεις (3) κατηγορίες εδαφικών συνθηκών: (α) βράχος, (β) στιφρή άργιλος σε μεγάλο βάθος και (γ) εναλλασσόμενες στρώσεις μαλακής άργιλος και χαλαρής άμμου:

- (1) Για επιφανειακό μέγεθος σεισμού $M_w=6.5$ να υπολογισθούν όλες οι παράμετροι της ισχυρής εδαφικής κίνησης, δεχόμενοι ότι η επικεντρική απόσταση $R=30$ km. Συγκεκριμένα να εκτιμηθούν:
- Οι μέγιστες τιμές της εδαφικής επιτάχυνσης, ταχύτητας και μετακίνησης για τις τρεις κατηγορίες εδάφους (οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα).
 - Τα φάσματα ελαστικής απόκρισης επιτάχυνσης, ταχύτητας και μετακίνησης.
 - Η "ενεργός" επιτάχυνση για τις τρεις κατηγορίες εδάφους.
 - Η διάρκεια της ισχυρής εδαφικής κίνησης και η δεσπόζουσα περίοδος του σεισμικού κραδασμού στο βράχο.
- (2) Να εκτιμηθούν οι παράμετροι της αναμενόμενης ισχυρής εδαφικής κίνησης και της μετάθεσης στο ρήγμα, με βάση την αιτιοκρατική μέθοδο, για την γέφυρα του σχήματος (ανάλογα με τον πίνακα) (συνθήκες βράχου), εάν υποθέσουμε ότι τα σεισμικώς ενεργά ρήγματα δίδονται στο σχήμα που ακολουθεί.



Γέφυρα - Επώνυμο	
A	A - Κ
B	Λ - ΟΙΚΟΝ.
C	ΟΥΖ - Π
D	Ρ - Ω

11. Σε μία γέφυρα τα 3 μεσαία βάρθα θεμελιώνονται σε διαφορετικές εδαφικές συνθήκες. Τα φάσματα ελαστικής απόκρισης για τα βάρθα 1 και 2 δίδονται στο σχήμα 1. Δεχόμαστε ότι η επιρροή της δυναμικής αλληλεπίδρασης εδάφους, θεμελίωσης, ανωδομής είναι αμελητέες και ότι τα βάρθα είναι πρακτικώς πακτωμένα στο σύστημα θεμέλιο-έδαφος. Επίσης $PGA_1=PGA_2$.

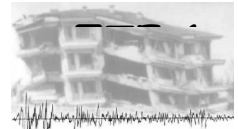


- Να διερευνηθεί η δυνατότητα να έχουμε ίδιο φασματικό λόγο επιτάχυνσης (δηλαδή ίδιο σεισμικό φορτίο), στα δύο βάρθα (ανά διεύθυνση) δεχόμενοι ότι η ανωδομή της γέφυρας είναι σταθερή ($m_1=ct$) ($\xi_{eq} = 2\%$ και 5%).
- Να υπολογισθεί η μέγιστη διαμήκης διαφορική μετακίνηση των 2 βάρθων αφού προηγουμένως ελεγχθεί ο συντελεστής συνοχής-συμφωνίας (coherency factor).
 Δίνεται πως τα χαρακτηριστικά του αντίστοιχου μονοβάθμιου ταλαντωτή είναι

$$m^* = m_1 + m_2 / 3 \quad , \quad T_d = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m^*}{K(1-\xi_{eq}^2)}}$$

Υπενθυμίζεται ότι η τιμή της δυσκαμψίας στην διαμήκη διεύθυνση προσεγγίζεται με θεώρηση δυσκαμψίας αμφιπάκτου η οποία δίνεται από τη σχέση $K_{\text{διαμ}} = \frac{12EI}{H_c^3}$ ενώ στην εγκάρσια διεύθυνση με δυσκαμψία προβόλου και δίνεται $K_{\text{διαμ}} = \frac{3EI}{H_c^3}$.

$$K: \begin{cases} K_{\text{εγκάρσια}} \approx \frac{3EI}{H_c^3} \\ K_{\text{διαμήκης}} = \frac{12EI}{H_c^3} \end{cases}$$



ΜΠΣ : Αντισεισμικός Σχεδιασμός Τεχνικών Έργων
Μάθημα : Τεχνική Σεισμολογία – Εδαφοδυναμική (ΑΣΤΕ 1)

Άσκηση 12

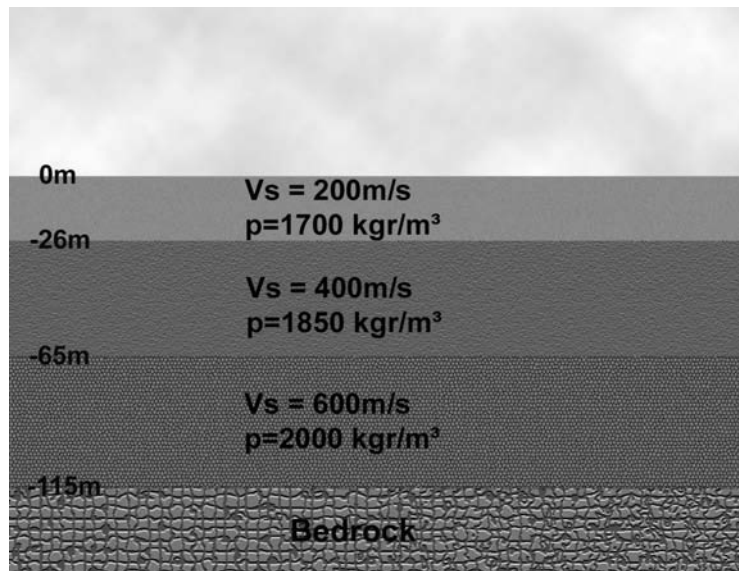
α) Δίνεται το εδαφικό προφίλ του σχήματος που αποτελείται από τρία στρώματα με τις εδαφικές τους ιδιότητες. Με δεδομένο πως στο έδαφος αυτό εφαρμόζεται ημιτονοειδής διέγερση-μετατόπιση διατμητικού τύπου $u=A \cdot \sin \Omega t$ (πλάτος διέγερσης $A=0,01\text{m}$, γωνιακή συχνότητα διέγερσης $\Omega=12\text{rad/sec}$) στο βραχώδες υπόβαθρο και διαδίδεται κατακόρυφα προς την επιφάνεια, να υπολογισθούν τα παρακάτω:

- 1) Το πλάτος του κύματος στις διεπιφάνειες των εδαφικών στρώσεων
- 2) Η ενίσχυση της ταλάντωσης λόγω του επιφανειακού εδαφικού στρώματος (δίχως απόσβεση και με ύπαρξη 5% απόσβεσης)
- 3) Το πλάτος του κυματισμού στην επιφάνεια

Σημείωση: το 2^ο και 3^ο στρώμα θα ληφθούν υπόψη μόνο όσον αφορά την "αντίθεση" (contrast) των εδαφικών σχηματισμών και την επιρροή του στο πλάτος του διερχόμενου κύματος. Στη συνέχεια και μετά τον υπολογισμό του πλάτους του κύματος στη βάση του επιφανειακού στρώματος θα χρησιμοποιηθεί η σχέση της συνάρτησης μεταφοράς για τον υπολογισμό του πλάτους στην ελεύθερη επιφάνεια.

β) Να γίνει το διάγραμμα της συνάρτησης μεταφοράς για το επιφανειακό εδαφικό στρώμα του ερωτήματος (α) ($H=26\text{m}$, $V_s=200\text{m/s}$) συναρτήσει της γωνιακής συχνότητας της εξωτερικής διέγερσης Ω για μηδενική απόσβεση και για απόσβεση 5%.

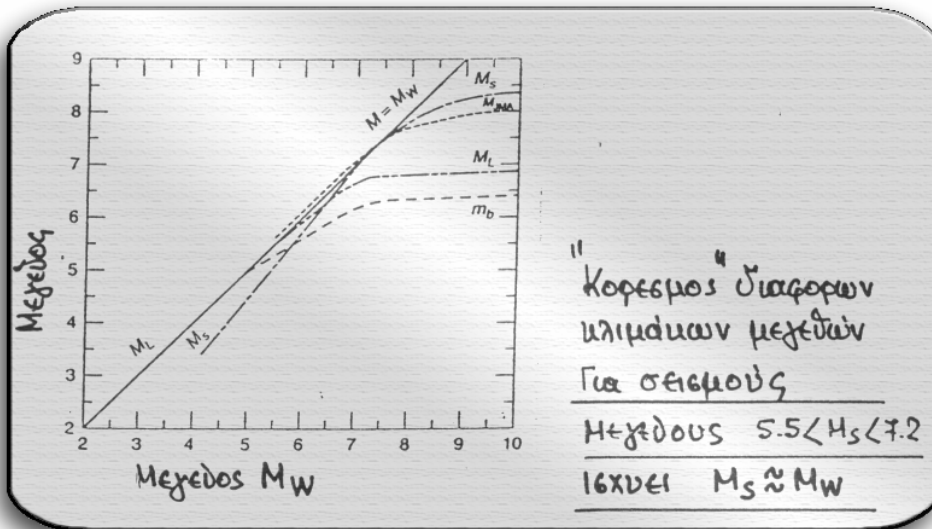
- Ποια η επιρροή της ύπαρξης απόσβεσης στην τιμή της συνάρτησης μεταφοράς;
- Σε ποιες τιμές του Ω παρατηρείται μεγιστοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς;



[1] Να διερευνηθεί και να δικαιολογηθεί επαρκώς η φυσική σημασία της σεισμικής ροπής M_0 και της πτώσης τάσης σ_0 στην τεχνική σεισμολογία και στη σεισμική μηχανική.

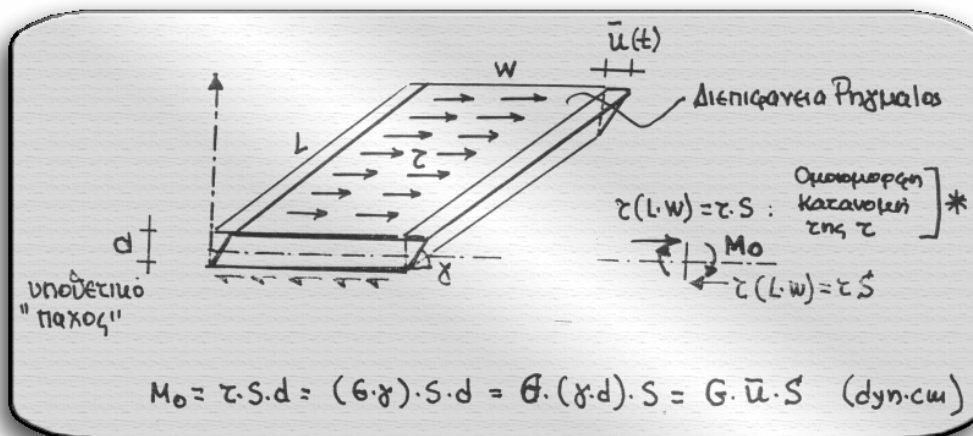
1.1) Σεισμική ροπή M_0 .

Όταν η ένταση του σεισμικού κραδασμού αυξάνει πολύ, τότε η έννοια του σεισμικού μεγέθους (τοπικού και επιφανειακού) δεν μπορεί να περιγράψει με ικανοποιητικό βαθμό φαινόμενα που σχετίζονται με αυτόν (για παράδειγμα, αναφέρουμε ότι η αύξηση του πλάτους της εδαφικής κίνησης δεν συμβαδίζει με την αύξηση της έντασης-σφοδρότητας του σεισμικού κραδασμού). Σε μεγάλους λοιπόν σεισμούς τα μεγέθη αυτά παθαίνουν **κορεσμό** καθώς δεν σχετίζονται άμεσα με τη διαδικασία της σεισμικής διάρρηξης παρά εισάγονται μέσω εμπειρικών σχέσεων. Παράδειγμα:



Η ανάγκη για την εύρεση ενός μεγέθους που σχετίζεται άμεσα με τη φυσική διεργασία της σεισμικής διάρρηξης και όχι από μεγέθη όπως η εδαφική ταλάντωση (πλάτος αναγραφής σε σεισμόμετρο), οδήγησε στη χρήση της σεισμικής ροπής M_0 , η οποία εκφράζει το παραγόμενο έργο κατά τη διάρκεια της διάρρηξης. Το μέτρο του παραγόμενου έργου δίνεται ως :

$$M_0 = G \cdot \bar{u}(t) \cdot S$$



Εάν θεωρήσουμε ρήγμα διαστάσεων $L \cdot w$, και πάχους d και επιπρόσθετα θεωρηθεί ότι η διατμητική τάση τ κατανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνεια του ρήγματος, τότε ισχύει:

$$M_o = \tau \cdot S \cdot d = (G \cdot \gamma) \cdot S \cdot d = G \cdot (\gamma \cdot d) \cdot S = G \cdot \bar{u}(t) \cdot S \quad (\text{σε dyn} \cdot \text{cm})$$

όπου G : μέτρο διατμητικής αντοχής του πετρώματος.

(πχ Γρανίτης $\rightarrow G=0,197 \cdot 10^{12}$ dyn/cm² και Ασβεστόλιθος $\rightarrow G=0,248 \cdot 10^{12}$ dyn/cm²)

$S = L \cdot w$ το εμβαδόν του ρήγματος.

$\bar{u}(t)$: μετάθεση ή σχετική ολίσθηση της διεπιφάνειας του ρήγματος.

Το γεγονός πως η σεισμική ροπή συνδέεται άμεσα με τα χαρακτηριστικά του ρήγματος και της σεισμικής διάρρηξης (επιφάνεια ρήγματος S , διάνυσμα μετάθεσης \bar{u}), την καθιστά ένα άριστο φυσικό μέγεθος εκτίμησης του μεγέθους ενός σεισμού. Για τον χαρακτηρισμό του σεισμού χρησιμοποιείται το μέγεθος σεισμικής ροπής που υπολογίζεται από την σχέση :

$$M_w = \frac{\log M_o}{1,5} - 10,7 \quad , \text{ όπου } M_o \text{ η σεισμική ροπή σε dyn} \cdot \text{cm}$$

Στον Ελλαδικό χώρο, η αντίστοιχη σχέση είναι:

Επιφανειακοί σεισμοί: $\log M_o = 1,5 M_w + 15,99$

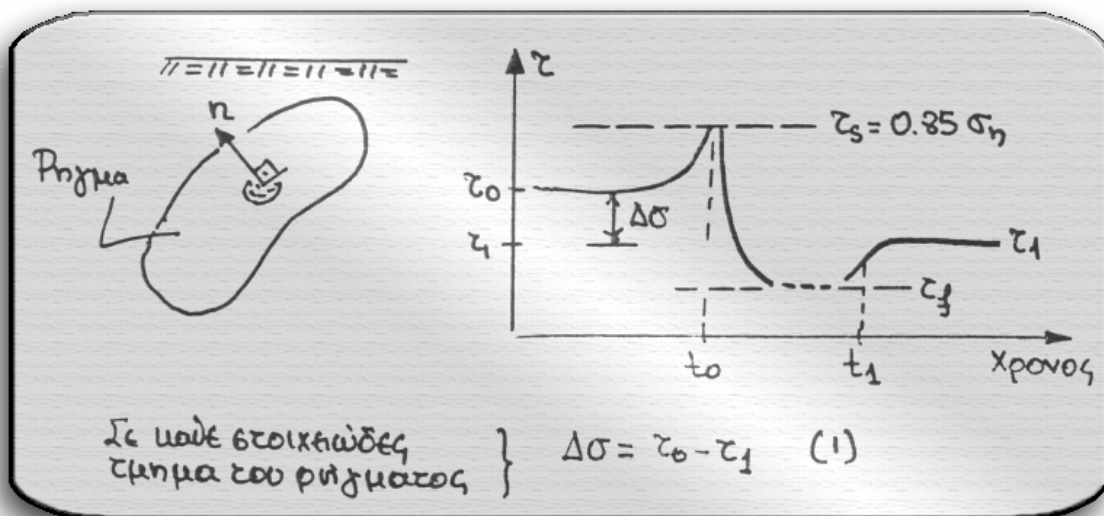
Σεισμοί ενδιάμεσου βάθους: $\log M_o = 1,5 M_w + 16,11$

(Παρατηρούμε ότι $1,5 \cdot 10,7 = \frac{1}{2} \cdot (15,99 + 16,11)$)

1.2) Πτώση τάσης σ_o .

Από τη βραχομηχανική ξέρουμε ότι η διατμητική τάση τ κατά τη διάρκεια της θραύσης του ρήγματος είναι ένα μεταβλητό χρονικά, τοπικά και ποσοτικά μέγεθος.

Σε κάθε στοιχειώδες τμήμα του ρήγματος έχουμε $\Delta\sigma = \tau_o - \tau_1$ (σχέση 1.2α)



Ολοκληρώνοντας την ανωτέρω σχέση μπορούμε να υπολογίσουμε την πτώση τάσης σε ολόκληρη την επιφάνεια του ρήγματος, όμως προσεγγιστικά η τελευταία μπορεί να δοθεί από τη σχέση:

$$\Delta\sigma = c \cdot G \cdot \frac{\bar{u}}{l} \text{ (σχέση 1.2β)}$$

\bar{u} : Μέση ολίσθηση

l : Χαρακτηριστική διεύθυνση διάρρηξης (δηλ. t ή L ή W)

c : Συντελεστής σχήματος: Κυκλικό ρήγμα $\rightarrow c = \frac{7\pi}{16}$

Ρήγμα παράταξης $\rightarrow c = \frac{2}{\pi}$

Κανονικό ή ανάστροφο ρήγμα $\rightarrow c = \frac{4 \cdot (\lambda + G)}{\pi \cdot (\lambda + 2G)}$

Στο προηγούμενο υπο-ερώτημα είδαμε ότι $M_o = G \cdot \bar{u}(t) \cdot S$, με τη βοήθεια της οποίας η 1.2β γίνεται:

$$\Delta\sigma = c \cdot \frac{M_o}{S \cdot l}$$

[2] Να εξηγηθεί με επιστημονική επάρκεια ο λόγος για τον οποίο οι επιφανειακοί και «κοντινοί» σεισμοί είναι περισσότερο «υψίσυχοι» από τους «μακρινούς» και ενδιάμεσου βάρους.

2.1) Γεωμετρική εξασθένιση και απόσβεση.

Σύμφωνα με τους νόμους της φυσικής για τα κύματα και με βάση την αρχή διατήρησης της ενέργειας, ανάλογα με το είδος του κύματος έχουμε διαφορετικό νόμο γεωμετρικής εξασθένισης (μείωσης του πλάτους) κατά τη διάδοσή τους στο χώρο, στο επίπεδο ή σε ευθεία.

Για τα κύματα χώρου (σεισμική πηγή που περιβάλλεται από σφαιρικά κελύφη σε απόσταση r_1, r_2, \dots, r_n) τα πλάτη του κύματος A_1 και A_2 μεταξύ δύο κελύφων με ακτίνες r_1 και r_2 αντίστοιχα είναι:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{r_1}{r_2}, r_1 < r_2$$

Για τα επιφανειακά κύματα (σεισμική πηγή που περιβάλλεται από κυκλικούς δακτυλίους σε απόσταση r_1, r_2, \dots, r_n) τα αντίστοιχα μεγέθη (A_1, r_1) και (A_2, r_2) είναι:

$$\frac{A_2}{A_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}, r_1 < r_2$$

Δηλαδή, η μείωση του πλάτους των επιφανειακών κυμάτων σε συνάρτηση με την απόσταση είναι μικρότερη από την αντίστοιχη των χωρικών κυμάτων για την ίδια απόσταση.

Έτσι, στην περίπτωση ενός σεισμού, τα κύματα χώρου (υψίσυχα συστατικά) γίνονται αντιληπτά κυρίως σε μικρές αποστάσεις αφού αποσβένονται γρηγορότερα, σε αντίθεση με τα επιφανειακά κύματα του σεισμού (συστατικά χαμηλών συχνοτήτων) που γίνονται αντιληπτά σε μεγαλύτερη απόσταση, λόγω αργής απόσβεσης εξαρτημένης από την απόσταση.

2.2) Εξάρτηση από το βάθος και το μήκος κύματος.

Το βάθος του σεισμού έχει άμεσο αντίκτυπο στο πλάτος του, όπως δείχνει η κάτωθι σχέση που δίνει το πλάτος του κύματος σε εδαφική στήλη συναρτήσει του ποσοστού εσωτερικής απόσβεσης, του βάθους z και του κυματάριθμου K :

$$\tilde{A} = A \cdot e^{-\xi \cdot K \cdot z}, \text{ όπου } K = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Έτσι, όσο αυξάνει το βάθος ή μειώνεται το μήκος κύματος λ (άρα αυξάνεται ο κυματάριθμος K), τόσο μειώνεται και το κυματικό πλάτος. Τα υψίσυχα κύματα (κύματα μικρών περιόδων και άρα μικρού μήκους κύματος λ), για τον ανωτέρω λόγο σβήνουν πιο γρήγορα από τα κύματα χαμηλών συχνοτήτων.

2.3) Εξάρτηση από το είδος του εδάφους.

Η κάτωθι σχέση δίνει την εξάρτηση του συντελεστή απόσβεσης συναρτήσει της ποιότητας του εδάφους, της ταχύτητας διάδοσης του κύματος και φαινομενικά στην περίοδο του κύματος:

$$a = \frac{\pi \cdot f}{Q \cdot c} = \frac{\pi}{Q \cdot c \cdot T}$$

Q : συντελεστής ποιότητας

c : ταχύτητα διάδοσης του κύματος

Στην πραγματικότητα, όμως, σύμφωνα με (Kramer §5.5.1), η απόσβεση αυτή είναι ανεξάρτητη από την περίοδο και στα εδάφη γίνεται με σχετική μετακίνηση των κόκκων μεταξύ τους. Η φαινομενική εξάρτηση από την περίοδο προκύπτει από την παραδοχή της σχέσης Kelvin-Voigt για υλικά που η αντίστασή τους σε διατμητική παραμόρφωση είναι άθροισμα ενός ελαστικού και ενός ιξώδους μηχανισμού.

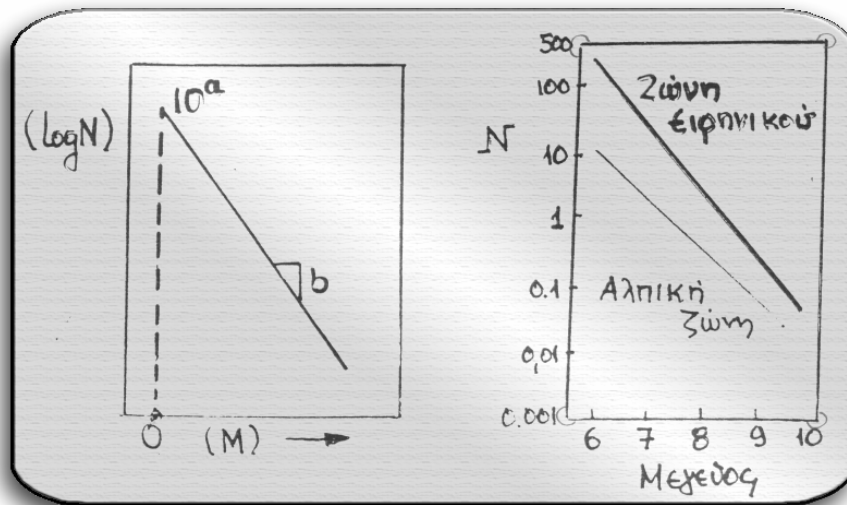
2.4) Εξάρτηση από το μέγεθος του σεισμού.

Οι μεγάλοι μεγέθους σεισμοί χαρακτηρίζονται από συχνοτικό περιεχόμενο μετατοπισμένο στο φάσμα των μεγάλων περιόδων (μικρών συχνοτήτων), σε αντίθεση με τους μικρού μεγέθους σεισμούς που είναι υψίσυχοι.

[3] Η σεισμικότητα περιγράφεται από τη σχέση $\log(N) = a - bM$, όπου N είναι ο αριθμός των σειμών ανά έτος με μέγεθος μεγαλύτερο ή ίσο του M . Εξηγήστε τη φυσική σημασία των συντελεστών “ a ” και “ b ”.

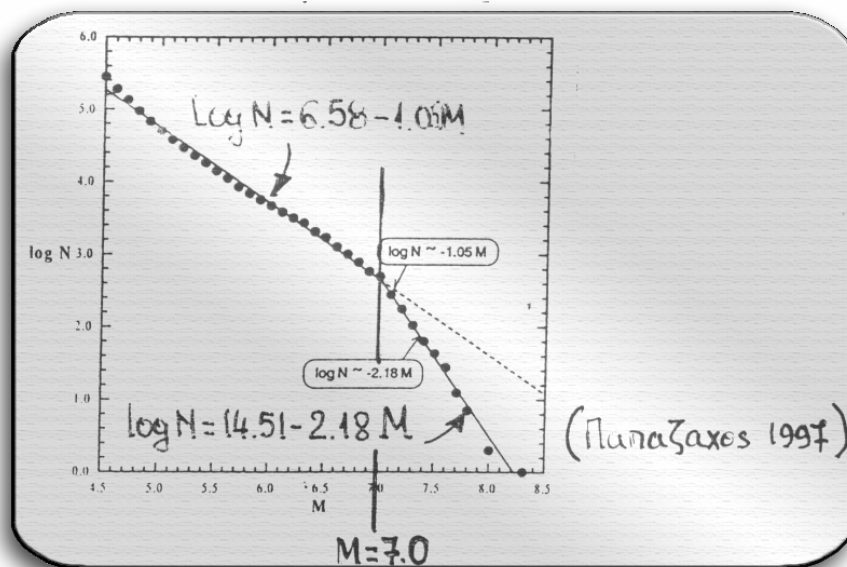
Αν θέσουμε $M=0$ (όλοι οι σειμοί με μέγεθος μεγαλύτερο από 0, άρα όλοι γενικά οι σειμοί της περιοχής), τότε έχουμε $\log(N) = a$. Έτσι, η παράμετρος a εκφράζει το δεκαδικό λογάριθμο του αριθμού όλων των σειμών σε μια περιοχή κατά τη διάρκεια του έτους.

Η παράμετρος b εκφράζει το ρυθμό μείωσης του λογάριθμου του αριθμού των σειμών του έτους καθώς το μέγεθός τους M αυξάνει.



Οι παραπάνω συντελεστές εξαρτώνται από την περιοχή. Το 1988 προτάθηκε (Χατζηδημητρίου και Παπαζάχος) ο χωρισμός της Ελλάδας σε 19 ζώνες με το δικό τους a και b , ενώ το 1997 (Παπαζάχος) δόθηκε η εξής σχέση για το σύνολο της σεισμικότητας:

$$\left. \begin{aligned} \log N &= 6,58 - 1,05M & M < 7,0 \\ \log N &= 14,51 - 2,18M & M > 7,0 \end{aligned} \right\}$$



Τέλος, το 1997 από τους Παπαζάχο–Παπαϊωάννου, η Ελλάδα (μαζί με όμορες περιοχές) χωρίστηκε σε 67 ζώνες που η καθεμία έχει το δικό της a , b , το μέγιστο μέγεθος σεισμού που έχει παρατηρηθεί στην αντίστοιχη περιοχή, καθώς και τη σχετική πιθανότητα για εμφάνιση σεισμού μεγέθους $> 5,0$.

Τμήμα αυτού του πίνακα βλέπουμε παρακάτω:

No	Source Name	b	a	Area (km ²)	M _{max}	Rate M _{≥5.0}
43	Aeghio	0.93	4.68	2923	7.0	1.076
44	Corinth	0.92	4.59	4841	7.0	0.953
45	Methana	0.92	4.05	4229	6.5	0.271
46	Melos	0.93	3.57	12246	6.5	0.087
47	Thera	0.93	4.31	8017	7.3	0.473
48	Cos	0.92	4.23	8749	7.0	0.442
49	Alikarnassos	0.89	4.15	7801	6.6	0.533
50	Denisli	0.86	3.87	6568	6.3	0.356
51	S. Euboikos Gulf	0.90	3.41	12196	6.4	0.077
52	Ikaria	0.89	3.23	14072	6.3	0.058
53	Samos	0.88	4.02	9739	6.8	0.402
54	Aydin	0.86	3.93	16554	6.9	0.433
55	Kyme	0.88	3.75	7581	6.4	0.218
56	Chios	0.87	3.97	11871	6.8	0.441
57	Izmir	0.85	4.01	8044	7.0	0.577
58	Alashehir	0.84	3.70	11207	6.5	0.319
59	Skiathos	0.86	3.93	12744	7.1	0.443
60	Skyros	0.85	3.87	12991	7.1	0.424
61	Lesbos	0.84	3.98	14104	7.2	0.613
62	Demirci	0.83	3.82	16022	7.0	0.498
63	Gediz	0.82	3.75	13510	7.0	0.435
64	Athos	0.83	3.92	5249	7.3	0.595
65	Samothrace	0.82	3.76	10088	7.1	0.467
66	Hellespont	0.80	3.74	19181	7.5	0.527
67	Brussa	0.81	3.70	24655	7.7	0.462

[4] Άσκηση 4^η:

Εάν μια συνάρτηση ακολουθεί την κατανομή Poisson και η πιθανότητα ενός «επιτυχούς» γεγονότος (σεισμού) σε κάθε δοκιμή είναι “p”, τότε η πιθανότητα “x” «επιτυχών» γεγονότων (σεισμών) σε “n” δοκιμές δίδεται από τη σχέση :

$$f(x) = \frac{(np)^x \cdot e^{-np}}{x!}$$

Χρησιμοποιώντας αυτή την εξίσωση και τη σχέση: $\log(N) = a - bM$, να εκτιμήσετε μια σχέση για την πιθανότητα ένα δεδομένο μέγεθος M να ξεπερασθεί σε μια δεδομένη χρονική περίοδο T.

Για $x \in N$ έχουμε:

Η πιθανότητα $x=0$ επιτυχών γεγονότων (που το καθένα έχει πιθανότητα p) σε “n” δοκιμές είναι:

$$f(0) = \frac{(np)^0 \cdot e^{-np}}{0!} = e^{-np}$$

Έτσι, η πιθανότητα $x \neq 0$ επιτυχών γεγονότων (που το καθένα έχει πιθανότητα p) σε “n” δοκιμές είναι:

$$1 - f(0) = 1 - e^{-np} \quad (\text{τύπος 4a})$$

Το ανωτέρω ισοδυναμεί πρακτικά με την εμφάνιση του επιτυχούς γεγονότος τουλάχιστον μία φορά σε αυτές τις “n” δοκιμές.

Από την εξίσωση των Gutenberg-Richter, ο μέσος ετήσιος αριθμός σεισμών μεγέθους ίσου ή μεγαλύτερου του M, ισούται με $N = 10^{a-b \cdot M}$, οπότε για $M=0$ παίρνουμε το σύνολο των σεισμών ανεξαρτήτως μεγέθους στη διάρκεια ενός έτους: $N_{(M=0)} = 10^a$.

$$\text{Ισχύει } N = 10^{a-b \cdot M} = 10^a \cdot 10^{-b \cdot M} \Rightarrow 10^{-b \cdot M} = \frac{N}{10^a} = \frac{N}{N_{(M=0)}}$$

Δηλαδή, από τους $N_{(M=0)}$ σεισμούς ενός έτους, οι N θα έχουν μέγεθος μεγαλύτερο του M.

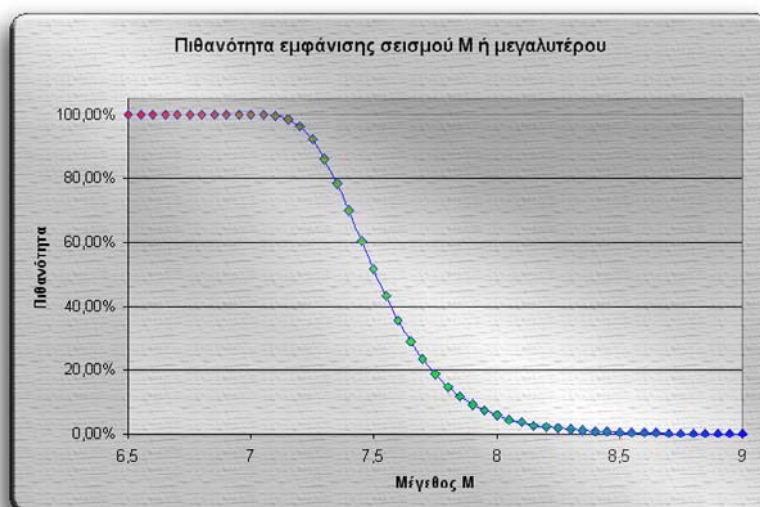
Υπάρχει, δηλαδή, πιθανότητα $p = 10^{-b \cdot M}$ κάποιος σεισμός να είναι μεγαλύτερος από το μέγεθος M στη διάρκεια του έτους.

Οπότε, σε μία περίοδο T χρόνων (δηλαδή $n = T \cdot 10^a$ συνολικών συμβάντων-δοκιμών από τα οποία το ένα ποσοστό $p = 10^{-b \cdot M}$ είναι «επιτυχή») ο τύπος 4a δίνει:

$$1 - f(0) = 1 - \exp(-n \cdot p) = 1 - \exp[-(T \cdot 10^a) \cdot (10^{-b \cdot M})] =$$

$$1 - f(0) = 1 - \exp[-10^a \cdot T \cdot \exp(\ln 10^{-b \cdot M})] = 1 - \exp[-10^a \cdot T \cdot \exp(-b \cdot M \cdot \ln 10)]$$

Παράδειγμα για $a=14,51$, $b=2,18$ και $T=50$ χρόνια:



[5] Ένας σεισμός προκαλεί μια μέση μετάθεση 1,5m ($\lambda=\pi/2$), σε μήκος 60km και κατ' εκτίμηση μέχρι βάθους 12km. Εάν υποθέσουμε ότι η μέση διατμητική αντοχή του πετρώματος σε όλη την επιφάνεια του ρήγματος είναι 200KPa και το μέτρο διάτμησης έχει τιμή 20000MPa ($0,2 \cdot 10^{12}$ dyn/cm²) να εκτιμηθούν : (α) η M_o και (β) το μέγεθος M_w .

5.1) Επίλυση μέσω των τύπων του ερωτήματος [1].

$$M_o = \tau \cdot S \cdot d = (G \cdot \gamma) \cdot S \cdot d = G \cdot (\gamma \cdot d) \cdot S = G \cdot \bar{u}(t) \cdot S \quad (\text{σε dyn} \cdot \text{cm})$$

όπου G : μέτρο διατμητικής αντοχής του πετρώματος.

(πχ Γρανίτης $\rightarrow G=0,197 \cdot 10^{12}$ dyn/cm² και Ασβεστόλιθος $\rightarrow G=0,248 \cdot 10^{12}$ dyn/cm²)

$S = L \cdot w$ το εμβαδόν του ρήγματος.

$\bar{u}(t)$: μετάθεση ή σχετική ολίσθηση της διεπιφάνειας του ρήγματος.

Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης (που ανάγονται σε cm και dyn), είναι:

$$M_o = G \cdot \bar{u}(t) \cdot S = 0,2 \cdot 10^{12} \cdot 150 \cdot (60 \cdot 10^5 \cdot 12 \cdot 10^5) \Rightarrow M_o = 2,16 \cdot 10^{26} \text{ dyn} \cdot \text{cm}.$$

Το βάθος της διερρηγμένης επιφάνειας είναι 12km < 60km, οπότε ο σεισμός είναι επιφανειακός. Για την Ελλάδα και για επιφανειακό σεισμό ισχύει:

$$\log M_o = 1,5M_w + 15,99 \Rightarrow M_w = \frac{\log M_o - 15,99}{1,5} = \frac{26,334 - 15,99}{1,5} \rightarrow M_w = 6,896.$$

Σημειώνουμε ότι λόγω της αβεβαιότητας που υπάρχει στον υπολογισμό του G , μπορούμε να κάνουμε επιπλέον τις κάτωθι επιλύσεις, για την επιβεβαίωση του ανωτέρω αποτελέσματος.

5.2) Επίλυση μέσω της πτώσης τάσης $\Delta\sigma$.

Ανάλογη επίλυση είναι δυνατό να γίνει μεταφέροντας την εκτίμηση σε επίπεδα εκτίμησης της πτώσης τάσεως $\Delta\sigma$ που παρατηρείται κατά τον σεισμό. Μια ικανοποιητική τιμή για την πτώση τάσης μπορεί να ληφθεί ίση με $\Delta\sigma=60 \text{ bar}=60 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2$ (Παπαζάχος – “Εισαγωγή στη Σεισμολογία” §14.7.1)

Η επίλυση θα γίνει με χρήση της σχέσης $\Delta\sigma = c \cdot \frac{M_o}{S \cdot l}$

l : η χαρακτηριστική διεύθυνση διάρρηξης (εδώ λόγω κανονικού ρήγματος: $l=w=12 \cdot 10^5 \text{ cm}$)

c : ο συντελεστής σχήματος όπου για κανονικό ρήγμα παίρνει τιμή $c = \frac{4(\lambda + G)}{\pi(\lambda + 2G)}$

όπου το λ είναι συντελεστής του Lamé ενώ G είναι το μέτρο διάτμησης .

Η σύνδεση των σταθερών του υλικού με τους συντελεστές λ , μ του Lamé γίνεται μέσω των σχέσεων

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad G = \mu \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Με κατάλληλη μετατροπή των παραπάνω σχέσεων προκύπτει (Μηχανική Παραμορφωσίμων Σωμάτων I – Γ. Ι. Τσαμασφύρος) ότι:

$$\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad \text{και} \quad \mu = G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Με αντικατάσταση των τιμών του λ και του G στην εξίσωση για τον συντελεστή σχήματος c έχουμε:

$$c = \frac{4 \left(\frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} + \frac{E}{2(1 + \nu)} \right)}{\pi \left(\frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} + 2 \frac{E}{2(1 + \nu)} \right)} = \frac{4 \left(\frac{2\nu}{2(1 + \nu)(1 - 2\nu)} + \frac{(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \right)}{\pi \left(\frac{2\nu}{2(1 + \nu)(1 - 2\nu)} + 2 \frac{(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \right)} \Rightarrow$$

$$c = \frac{4(2\nu + 1 - 2\nu)}{\pi(2\nu + 2 - 4\nu)} = \frac{4}{\pi(2 - 2\nu)} = \frac{2}{\pi(1 - \nu)}$$

Για μια συνηθισμένη τιμή για εδάφη $\nu = 0,3$ προκύπτει $c = 0,909$.

$$\text{Οπότε } \Delta\sigma = c \cdot \frac{M_o}{S \cdot l} \Rightarrow M_o = \frac{\Delta\sigma \cdot S \cdot w}{c} = \frac{60 \cdot 10^6 \cdot (60 \cdot 10^5 \cdot 12 \cdot 10^5) \cdot 12 \cdot 10^5}{0,909} \Rightarrow$$

$$M_o = 5,70 \cdot 10^{26} \text{ dyn} \cdot \text{cm.}$$

$$\log M_o = 1,5 M_w + 15,99 \Rightarrow M_w = \frac{\log M_o - 15,99}{1,5} = \frac{26,756 - 15,99}{1,5} \Rightarrow M_w = 7,177.$$

Παρατηρούμε πως παρόλο που τα αποτελέσματα προέκυψαν από εκτιμήσεις σε διαφορετικά μεγέθη το καθένα, τα αποτελέσματα παρουσιάζουν σχετικά ικανοποιητική ομοιότητα.

5.3) Επίλυση μέσω εμπειρικών σχέσεων.

Μπορούμε, τέλος, να εφαρμόσουμε τις εμπειρικές σχέσεις συσχέτισης του μεγέθους σεισμικής ροπής με τα χαρακτηριστικά του ρήγματος και της διάρρηξης. Έτσι, προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα για κανονικό ρήγμα :

$$\text{Διεθνείς σχέσεις : } M_w = 4,86 + 1,32 \log L = 4,86 + 1,32 \cdot \log 60 \Rightarrow M_w = 7,207.$$

$$M_w = 3,93 + 1,02 \log S = 3,93 + 1,02 \cdot \log(60 \cdot 12) \Rightarrow M_w = 6,844.$$

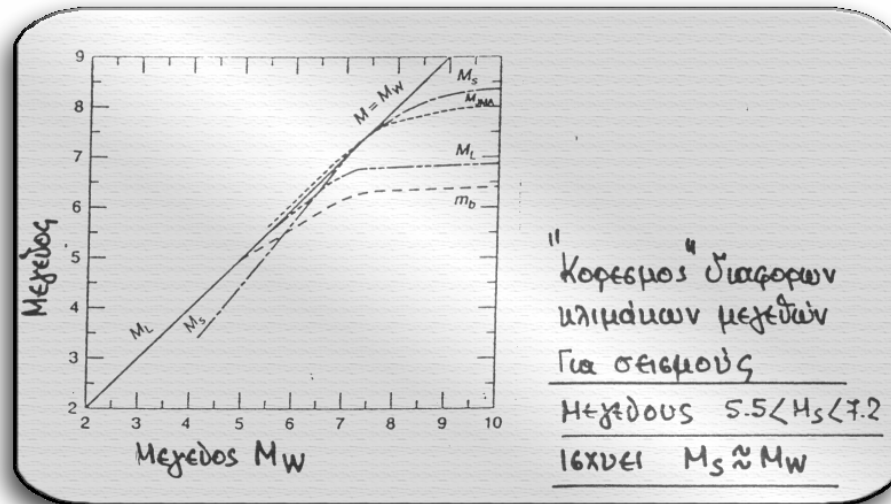
$$M_w = 6,61 + 0,71 \log D = 6,61 + 0,71 \cdot \log 1,5 \Rightarrow M_w = 6,735.$$

Ελληνικός χώρος : $M_s = \frac{\log L + 1,85}{0,51} = \frac{\log 60 + 1,85}{0,51} \rightarrow M_s = 7,114.$

(Παπαζάχος, 1989) $M_s = \frac{\log S + 1,98}{0,70} = \frac{\log(60 \cdot 12) + 1,98}{0,70} \rightarrow M_s = 6,910.$

$$M_s = \frac{\log D + 3,71}{0,82} = \frac{\log 150 + 3,71}{0,82} \rightarrow M_s = 7,178.$$

Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, για σεισμούς μεγέθους $5,5 < M_s < 7,2$, δύναται να θεωρήσουμε ότι $M_s \approx M_w$:



Συνοψίζοντας, αναφέρουμε ότι παρότι έχουμε διαφορετικής προσέγγισης σχέσεις που σίγουρα δεν λαμβάνουν υπόψη όλες τις παραμέτρους της εδαφικής διέγερσης, αυτές δίνουν μια αρκετά ικανοποιητική εκτίμηση του μεγέθους του σεισμού. Πιο συγκεκριμένα, τα μεγέθη που λάβαμε από όλες τις ανωτέρω προσεγγίσεις του θέματος βρίσκονται στην περιοχή $6,9 < M_w < 7,2$.

[6] Εξηγήστε με σαφήνεια τον τρόπο διάδοσης στο χώρο των κυμάτων P και S (SV και SH). Ειδική έμφαση να δοθεί στη διεύθυνση της κίνησης των μορίων και στη διεύθυνση της διάδοσης (σχήμα, ερμηνεία).

Κατά τη διάρκεια της σεισμικής διέγερσης, δημιουργείται μία μεγάλη ποικιλία διαφορετικών κυμάτων. Τα πιο σημαντικά για τη σεισμολογία, αλλά και την επιστήμη του πολιτικού μηχανικού, είναι τα κύματα χώρου και τα κύματα επιφανείας. Τα πρώτα (γνωστά στην ξενόγλωσση βιβλιογραφία και ως “body waves”), χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

6.1) Κύματα P.

Ονομάζονται αλλιώς *επιμήκη ελαστικά κύματα* ή *διαμήκη κύματα* ή *κύματα σφαιρικής συμπίεσης*.

Η μορφή διάδοσής τους είναι πυκνώματα και αραιώματα και λόγω της μεγαλύτερης ταχύτητας διάδοσής τους από οποιαδήποτε άλλη μορφή κύματος λέγονται και πρωτεύοντα (καταγράφονται πρώτα από τα σεισμολογικά όργανα). Αυτή η ταχύτητα διάδοσής τους δίνεται από τον τύπο:

$$V_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

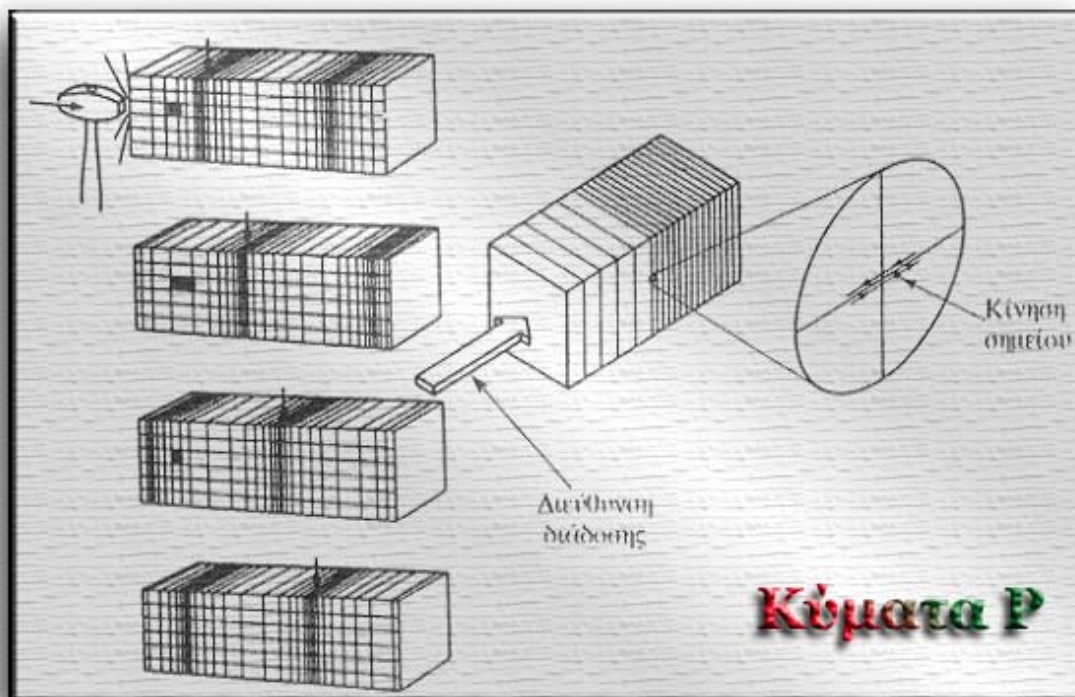
λ και μ : Συντελεστές του Lamé.

ρ : Πυκνότητα του ελαστικού μέσου.

Στη διεθνή βιβλιογραφία συναντώνται με τον όρο *primus* ή *primary*.

Η διάδοσή τους στο ελαστικό μέσο είναι διαμήκης ως προς το αίτιο διέγερσης, ενώ δημιουργεί ταλαντώσεις μορίων επίσης κατά την ίδια διαμήκη έννοια. Όταν η φορά ταλάντωσης συμπίπτει με τη φορά διάδοσης του κύματος λέγεται *πύκνωση*, ενώ όταν είναι αντίθετη λέγεται *αραιώση*.

Τέλος, το μήκος κύματος στα κύματα P ορίζεται η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών πυκνωμάτων ή αραιωμάτων.



6.2) Κύματα S.

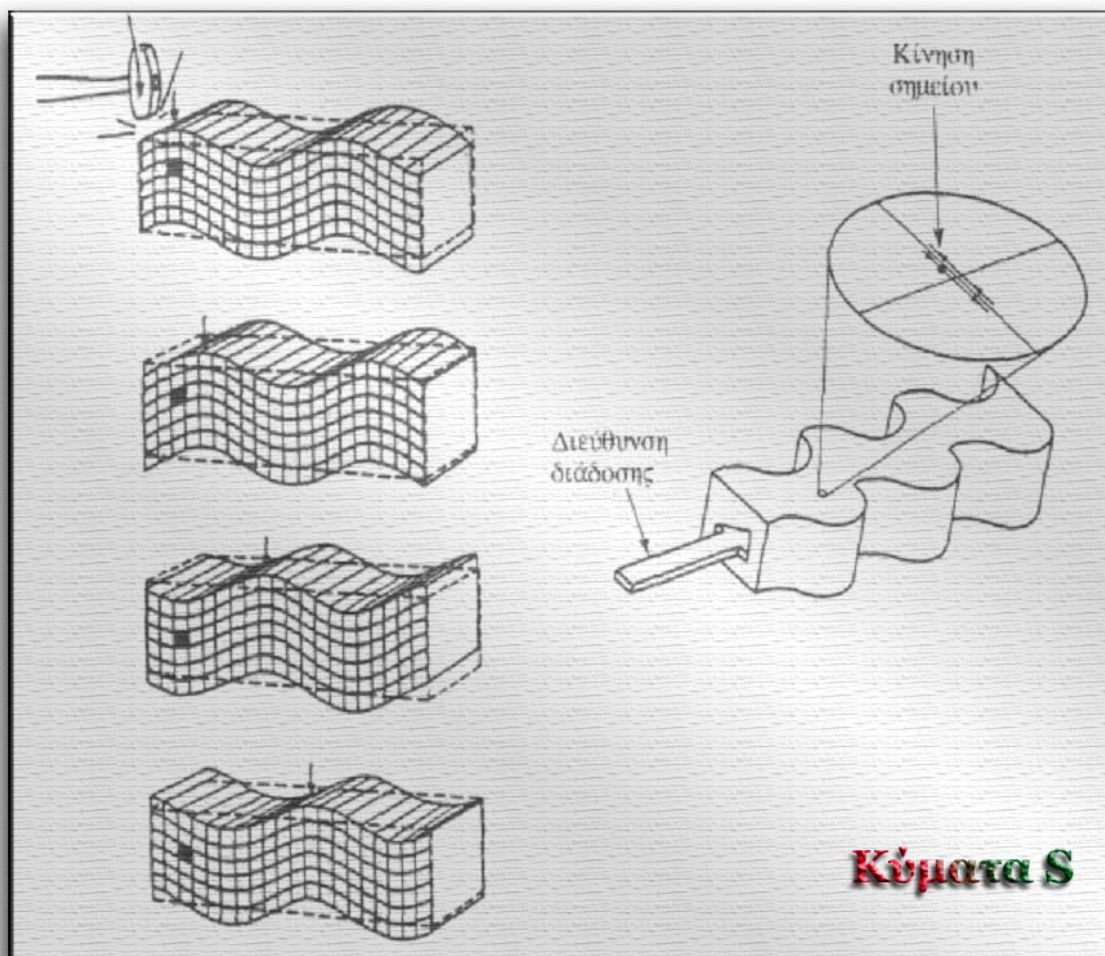
Ονομάζονται αλλιώς *εγκάρσια κύματα* ή *δευτερεύοντα κύματα*. Στη διεθνή βιβλιογραφία ονομάζονται με τον όρο *secundus* ή *secondary* επειδή αφικνύονται και καταγράφονται ακριβώς μετά τα πρωτεύοντα από τα σεισμολογικά όργανα. Ο λόγος είναι ότι η ταχύτητα διάδοσής τους είναι μικρότερη απ' ό τι η ταχύτητα διάδοσης των πρωτεύοντων κυμάτων και πιο συγκεκριμένα:

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

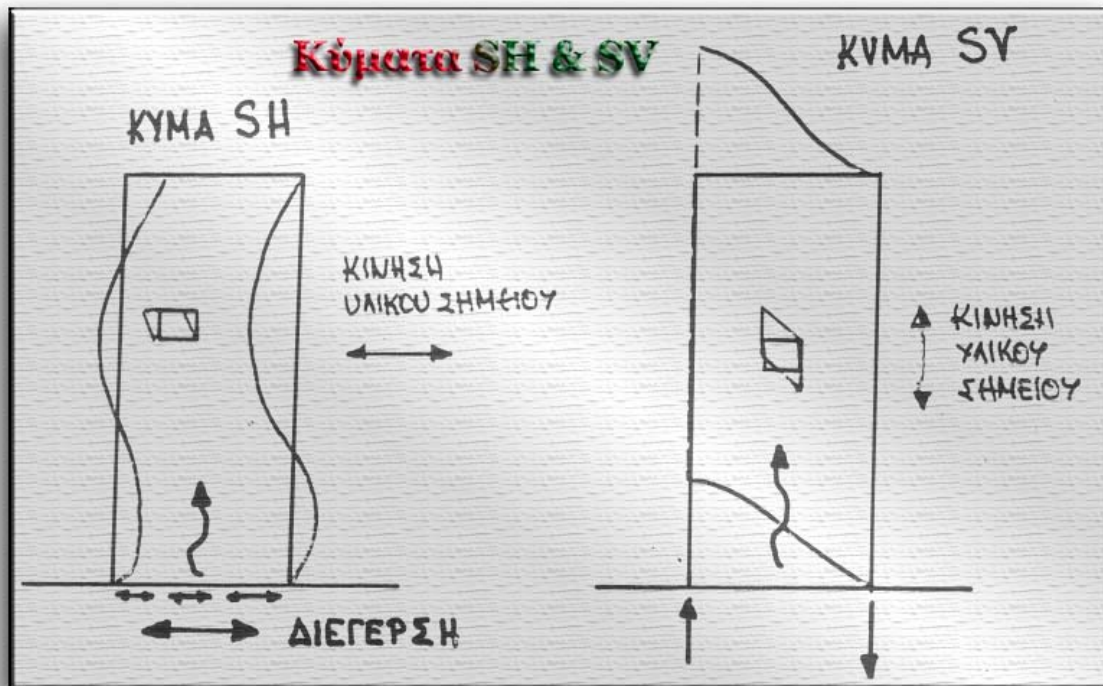
μ : Ένας εκ των συντελεστών του Lamé.

ρ : Πυκνότητα του ελαστικού μέσου.

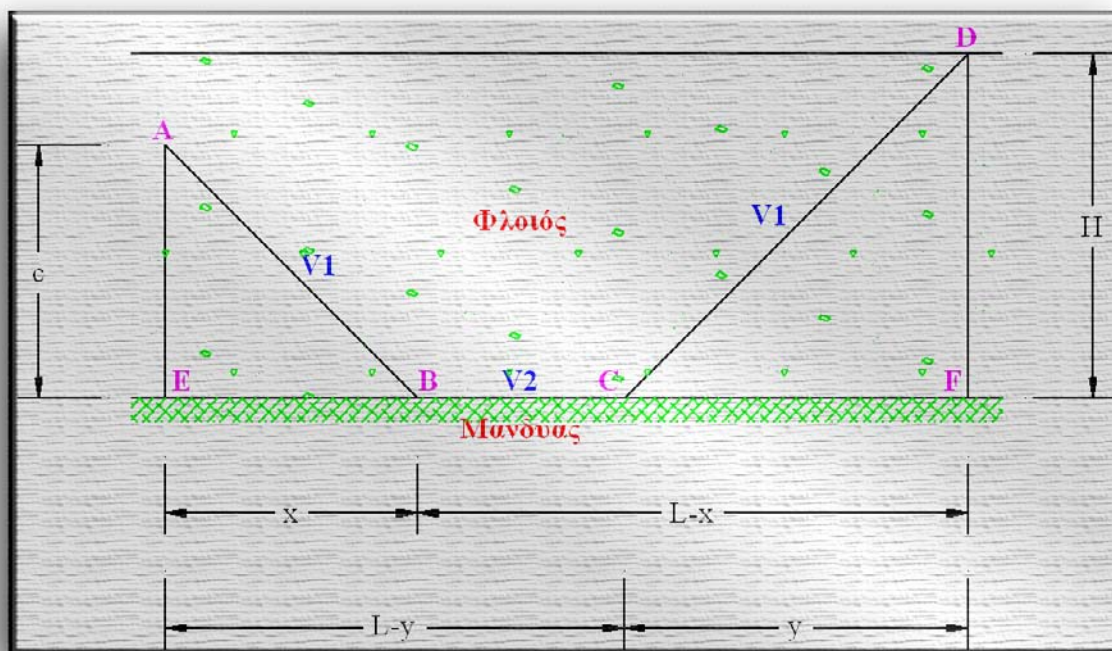
Ένα άλλο σημείο διαφοροποίησης από τα κύματα P είναι ότι τα κύματα S προκαλούν διεγέρσεις των μορίων του ελαστικού μέσου από το οποίο διέρχονται σε διεύθυνση κάθετη από τη διεύθυνση διάδοσης. Δηλαδή, αυτά αντιστοιχούν σε τέτοιου είδους κραδασμού του ελαστικού μέσου, που το τελευταίο τελικά υπόκειται σε διατμητική παραμόρφωση σε επίπεδα κάθετα προς τη διεύθυνση διάδοσής του. Για αυτό το λόγο, στα ρευστά (τα οποία έχουν μηδενική διατμητική αντοχή) δεν είναι δυνατή η διάδοση τέτοιου είδους κυμάτων, ιδιότητα που βοήθησε σε μεγάλο βαθμό στην ανακάλυψη του είδους και της μορφής των υλικών που αποτελούν τη Γη.



Τα κύματα S μπορούν να αναλυθούν στα κύματα SH (οριζόντια συνιστώσα, η οποία είναι αυτή που συνήθως ενδιαφέρει τους μηχανικούς) και στα κατακόρυφα κύματα SV (κατακόρυφη συνιστώσα). Η πρώτη συνιστώσα έχει τη διεύθυνση της τομής του οριζοντίου επιπέδου και του επιπέδου του κάθετου στη σεισμική ακτίνα, ενώ η δεύτερη έχει την διεύθυνση της τομής του κατακόρυφου επιπέδου που περιέχει την σεισμική ακτίνα και του επιπέδου του κάθετου σε αυτήν:



- [7] Ένας σειсмоγράφος έχει καταγράψει έναν τοπικό σεισμό, με εστιακό βάθος 8 km. Υποθέστε ότι ο φλοιός αποτελείται από ένα ενιαίο στρώμα πάχους 30 km και η μέση ταχύτητα P στο φλοιό είναι 4,8 km/sec, ενώ αντίστοιχα στο μανδύα είναι 7,5 km/sec. Υποθέστε ακόμη ότι ο σταθμός απέχει 70 km από το επίκεντρο του σεισμού. Να υπολογισθεί η διαφορά στους χρόνους πρώτης άφιξης των κυμάτων P και S στο συγκεκριμένο σταθμό.



Λόγω του ότι η πηγή παράγει κύματα που διαδίδονται ακτινωτά στο χώρο, διαθλώνται και ανακλώνται σε διεπιφάνειες και ανωμαλίες, πλήρης περιγραφή του φαινομένου δεν μπορεί να γίνει. Για αυτό το λόγο, επιλέχθηκαν από την απειρία των λύσεων, δύο που θα μπορούσαν να δώσουν τα «σωστά» αποτελέσματα:

1^η περίπτωση:

Διάδοση κυμάτων P και S από το A στο D. Αγνόηση της ασυνέχειας Conrad μεταξύ γρανιτικού και βασαλτικού στρώματος μέσα στο φλοιό.

2^η περίπτωση:

Πρόσπτωση κύματος P με κρίσιμη γωνία στον μανδύα (ασυνέχεια Moho), διάδοσή του παράλληλα στο μανδύα και δημιουργία κυμάτων P που εγκαταλείπουν τον μανδύα. Υπολογισμός του σημείου C από το οποίο η κρίσιμη γωνία πρόσπτωσης θα οδηγήσει τα P στο σημείο ελέγχου D όπου και θα μετρηθούν. Τα S κύματα που θα δημιουργηθούν από τη διάδοση των P στον μανδύα, θα τον εγκαταλείπουν με διαφορετική κρίσιμη γωνία απ' ότι τα P και κάποια στιγμή θα φύγουν από ένα σημείο $C' \neq C$ για να καταλήξουν στο σημείο D όπου και θα μετρηθούν.

Η δεύτερη διαδρομή είναι αυτή που δίνει τη βέλτιστη διαδρομή όταν ο συνδυασμός των δεδομένων είναι τέτοιος που ουσιαστικά όλη η κίνηση γίνεται στο ταχύτερο στρώμα (δηλαδή το σημείο Α είναι αρκετά κοντά στο γρήγορο στρώμα).

Γεωμετρική απόδειξη της σχέσης που δίνει την κρίσιμη γωνία πρόσπτωσης συναρτήσει των ταχυτήτων των κυμάτων:

Για τη διαδρομή $A \rightarrow B \rightarrow F$ ισχύουν τα εξής:

$$t_{A \rightarrow B \rightarrow F}(x) = t_{A \rightarrow B} + t_{B \rightarrow F} = \frac{\sqrt{x^2 + c^2}}{V_1} + \frac{L - x}{V_2}$$

Πιθανά ελάχιστα ακρότατα αυτής της συνάρτησης βρίσκονται στα σημεία μηδενισμού της παραγώγου της:

$$\frac{\partial t_{A \rightarrow B \rightarrow F}(x)}{\partial x} = \frac{x}{V_1 \cdot \sqrt{x^2 + c^2}} - \frac{1}{V_2} = 0 \Rightarrow x^2 \cdot V_2^2 = V_1^2 \cdot (x^2 + c^2) \Rightarrow x = \frac{V_1 \cdot c}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}$$

Επειδή ισχύει:

$$\begin{aligned} \sin(BAE) &= \frac{(EB)}{(EA)} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + (AE)^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + c^2}} = \frac{\frac{V_1 \cdot c}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}}{\sqrt{\frac{V_1^2 \cdot c^2}{V_2^2 - V_1^2} + \frac{c^2 \cdot (V_2^2 - V_1^2)}{V_2^2 - V_1^2}}} = \\ &= \frac{V_1 \cdot c}{\sqrt{V_1^2 \cdot c^2 + c^2 \cdot V_2^2 - c^2 \cdot V_1^2}} = \frac{V_1}{\sqrt{V_1^2 + V_2^2 - V_1^2}} = \frac{V_1}{V_2} \end{aligned}$$

αποδείξαμε, δηλαδή, ότι η ανωτέρω «γεωμετρική» λύση συμφωνεί με τη λύση των σημειώσεων (κυματική θεωρία) περί «κρίσιμης γωνίας πρόσπτωσης» :

$$a_{\kappa\rho} = (\hat{BAE}) = \sin^{-1} \frac{V_1}{V_2}$$

Για τη διαδρομή $D \rightarrow C \rightarrow E$ ισχύουν τα εξής:

$$t_{D \rightarrow C \rightarrow E}(y) = t_{D \rightarrow C} + t_{C \rightarrow E} = \frac{\sqrt{y^2 + H^2}}{V_1} + \frac{L - y}{V_2}$$

Πιθανά ελάχιστα ακρότατα αυτής της συνάρτησης βρίσκονται στα σημεία μηδενισμού της παραγώγου της:

$$\frac{\partial t_{D \rightarrow C \rightarrow E}(y)}{\partial y} = \frac{y}{V_1 \cdot \sqrt{y^2 + H^2}} - \frac{1}{V_2} = 0 \Rightarrow y^2 \cdot V_2^2 = V_1^2 \cdot (y^2 + H^2) \Rightarrow y = \frac{V_1 \cdot H}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}$$

Τέλος, η διαδρομή $A \rightarrow D$ έχει χρονική διάρκεια: $t_{A \rightarrow D} = \frac{\sqrt{L^2 + (H - c)^2}}{V_1}$

7.1) P (A→D) και S (A→D).

$$\text{Κύματα P (A→D): } t_{A→D} = \frac{\sqrt{70^2 + 8^2}}{4,8} \quad \mathbf{t_{A→D} = 14,678\text{sec.}}$$

Μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα των κυμάτων S με τη βοήθεια του μέτρου διάτμησης και του λόγου του Poisson με τον εξής τρόπο:

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{\sqrt{\frac{G}{\rho}}}{\sqrt{\frac{G \cdot (2 - 2 \cdot \nu)}{\rho \cdot (1 - 2 \cdot \nu)}}} \Rightarrow \frac{V_s}{V_p} = \sqrt{\frac{(1 - 2 \cdot \nu)}{(2 - 2 \cdot \nu)}}$$

Αν θεωρήσουμε ότι έχουμε λόγο Poisson $\nu=0,3$, τότε από την ανωτέρω σχέση βρίσκουμε ότι:

$$V_s = V_p \sqrt{\frac{(1 - 2 \cdot \nu)}{(2 - 2 \cdot \nu)}} = 0,5345 \cdot V_p$$

$$\text{Κύματα S (A→D): } t_{A→D} = \frac{\sqrt{70^2 + 8^2}}{4,8 \cdot 0,5345} \quad \mathbf{t_{A→D} = 27,461\text{sec.}}$$

7.2) P (A→B→C→D) και P (A→B→C') με S (C'→D).

Για τη διαδρομή P (A→B→C→D) έχουμε:

$$L = 70\text{Km.}$$

$$H = 30\text{Km.}$$

$$c = 30 - 8 = 22\text{Km.}$$

$$A \rightarrow B: \quad V_1 = 4,8 \text{ Km/sec και } V_2 = 7,5 \text{ Km/sec.}$$

$$C \rightarrow D: \quad V_1 = 4,8 \text{ Km/sec και } V_2 = 7,5 \text{ Km/sec.}$$

$$x = \frac{V_1 \cdot c}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}} = \frac{4,8 \cdot 22}{\sqrt{7,5^2 - 4,8^2}} = 18,324\text{Km με } t(18,324) = \frac{\sqrt{18,324^2 + 22^2}}{4,8} = 5,965\text{sec}$$

$$y = \frac{V_1 \cdot H}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}} = \frac{4,8 \cdot 30}{\sqrt{7,5^2 - 4,8^2}} = 24,988\text{Km με } t(24,988) = \frac{\sqrt{24,988^2 + 30^2}}{4,8} = 8,134\text{sec}$$

$$\text{Τέλος, το ευθύγραμμο κομμάτι BC είναι: } t_{B→C} = \frac{70 - 18,324 - 24,988}{7,5} = 3,558\text{sec}$$

$$\text{Κύματα P (A→B→C→D):} \quad \mathbf{t_{A→B→C→D} = 17,657\text{sec.}}$$

Για τη διαδρομή P (A→B→C') με S (C'→D) έχουμε:

$$L = 70\text{Km.}$$

$$H = 30\text{Km.}$$

$$c = 30 - 8 = 22\text{Km.}$$

A→B: $V_1 = 4,8 \text{ Km/sec}$ και $V_2 = 7,5 \text{ Km/sec}$.

C'→D: $V_1 = 4,8 \cdot 0,5345 \text{ Km/sec}$ και $V_2 = 7,5 \text{ Km/sec}$.

$$x = \frac{V_1 \cdot c}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}} = \frac{4,8 \cdot 22}{\sqrt{7,5^2 - 4,8^2}} = 18,324 \text{ Km με } t(18,324) = \frac{\sqrt{18,324^2 + 22^2}}{4,8} = 5,965 \text{ sec}$$

$$y = \frac{V_1 \cdot H}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}} = \frac{4,8 \cdot 0,5345 \cdot 30}{\sqrt{7,5^2 - (4,8 \cdot 0,5345)^2}} = 10,922 \text{ Km με}$$

$$t(10,922) = \frac{\sqrt{10,922^2 + 30^2}}{4,8 \cdot 0,5345} = 12,443 \text{ sec}$$

Τέλος, το ευθύγραμμο κομμάτι BC είναι: $t_{B \rightarrow C} = \frac{70 - 18,324 - 10,922}{7,5} = 5,434 \text{ sec}$

Κύματα P(A→B→C') με S(C'→D): $t_{A \rightarrow B \rightarrow C' \rightarrow D} = 23,842 \text{ sec}$.

7.3) Τελικά Αποτελέσματα.

Η σειρά άφιξης των κυμάτων είναι:

- 1) $t=14,678 \text{ sec}$: Κύματα P που ήρθαν από την κατευθείαν διαδρομή.
- 2) $t=17,657 \text{ sec}$: Εξασθετισμένα κύματα P που ήρθαν από τη διαδρομή A→B→C→D.
- 3) $t=23,842 \text{ sec}$: Εξασθετισμένα κύματα S που ήρθαν από τη διαδρομή P (A→B→C'), S (C'→D).
- 4) $t=27,461 \text{ sec}$: Κύματα S που ήρθαν από τη διαδρομή A→B→C→D.

Η χρονική διαφορά μεταξύ της καταγραφής του πρώτου P και του πρώτου S είναι:

$$\Delta t = 23,842 - 14,678 = 9,164 \text{ sec}$$

[8] Να προσδιορισθούν αναλυτικά οι σχέσεις που περιγράφουν τις αρχές λειτουργίας των επιταχυνσιογράφων.

8.1) Εισαγωγή.

Η πρόοδος της τεχνικής σεισμολογίας και της σεισμικής μηχανικής, στηρίζεται σε μεγάλο βαθμό, στην εξέλιξη της τεχνολογίας των μετρήσεων της εδαφικής κίνησης και της κίνησης των κατασκευών.

Από τις ποιοτικές περιγραφές, λοιπόν, του σεισμού και τις επιπτώσεις του στο περιβάλλον και τον άνθρωπο, περάσαμε στις ενόργανες καταγραφές της ισχυρής εδαφικής δόνησης, οι οποίες με την εισαγωγή της ψηφιακής τεχνολογίας, είχε ως αποτέλεσμα την καλπάζουσα πρόοδο σε ολόκληρο το φάσμα των μετρήσεων.

Τα βασικά όργανα καταγραφής της σεισμικής, παλινδρομικής κίνησης είναι οι σειсмоγράφοι και οι επιταχυνσιογράφοι. Η αρχή λειτουργίας τους, βασίζεται σε αυτή του απλού μονοβάθμιου ταλαντωτή με απόσβεση. Μία γραφίδα, κατάλληλα προσαρμοσμένη στη μάζα του μονοβάθμιου ταλαντωτή, καταγράφει τη σχετική κίνηση της βάσης, με τη μάζα του οργάνου. Θα πρέπει να επισημανθεί, ότι ο αποσβεστήρας είναι ειδικά σχεδιασμένος, ώστε να αποσβένει ακαριαία το πλάτος της κάθε μίας ελεύθερης ταλάντωσης. Με τον τρόπο αυτό, σε κάθε χρονική στιγμή εισάγεται στο όργανο, η ταλάντωση της μάζας από την εδαφική κίνηση, ανεπηρέαστη από την ελεύθερη ταλάντωση της μάζας του οργάνου.

Για την πλήρη καταγραφή της κίνησης στο χώρο, χρησιμοποιούνται στο ίδιο όργανο με τρία ανάλογα συστήματα ή με τρία διαφορετικά όργανα στο ίδιο σημείο, η μέτρηση της κίνησης σε δυο οριζόντιες κάθετες μεταξύ τους διευθύνσεις καθώς και η κατακόρυφη συνιστώσα. Με κατάλληλη επιλογή των K , C και M του μονοβάθμιου ταλαντωτή, αυτός μπορεί να μετατραπεί σε σειсмоγράφο, η σε επιταχυνσιογράφο, δηλαδή να καταγράφει αντίστοιχα σχετικές μετακινήσεις η επιταχύνσεις.

Όπως προαναφέρθηκε, η αρχή λειτουργίας των επιταχυνσιογράφων, βασίζεται σε αυτή του απλού μονοβάθμιου ταλαντωτή με απόσβεση.

Η εξίσωση που περιγράφει την αρμονική εξαναγκασμένη ταλάντωση του είναι:

$$m \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + k \cdot u = -P(t) \quad (\text{σχέση 8.1α})$$

8.2) Σχέση σχετικής μετακίνησης–μετακίνηση εδάφους.

Δεδομένου ότι η κίνηση του εδάφους λαμβάνεται αρμονική με κυκλική συχνότητα Ω , μπορεί να θεωρηθεί ότι το όργανο καταγραφής της σεισμικής κίνησης υποβάλλεται στην εξωτερική διέγερση: $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_0 \cdot \sin(\Omega \cdot t)$

P_0 : Πλάτος ταλάντωσης.

Ω : Κυκλική συχνότητα ταλάντωσης.

Άρα, η προκύπτουσα εξαναγκασμένη ταλάντωση θα περιγράφεται από την εξίσωση:

$$(8.1\alpha) \rightarrow m \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + k \cdot u = -P_o \cdot \sin(\Omega \cdot t) \quad (\text{σχέση 8.2}\alpha)$$

ή αλλιώς $m \cdot u''(t) + c \cdot u'(t) + k \cdot u(t) = -P_o \cdot \sin(\Omega \cdot t)$ (σχέση 8.2β)

$u''(t)$ σχετική επιτάχυνση του ταλαντωτή ως προς τη βάση

$u'(t)$ σχετική ταχύτητα του ταλαντωτή ως προς τη βάση

$u(t)$ σχετική μετακίνηση του ταλαντωτή ως προς τη βάση

Σε κάθε όρο της ανωτέρω εξίσωσης θα εφαρμόσουμε μετασχηματισμό LAPLACE. Με τη βοήθεια του μαθηματικού πακέτου *Mathematica 4.2*, έχουμε τα κάτωθι αποτελέσματα:

```
In[1]:= LaplaceTransform[m * u''[t], t, s] /. LaplaceTransform[u[t], t, s] -> F
LaplaceTransform[c * u'[t], t, s] /. LaplaceTransform[u[t], t, s] -> F
LaplaceTransform[k * u[t], t, s] /. LaplaceTransform[u[t], t, s] -> F
LaplaceTransform[-P * Sin[W * t], t, s]
```

Out[1]= $m (F s^2 - s u[0] - u'[0])$

Out[2]= $c (F s - u[0])$

Out[3]= $F k$

Out[4]= $-\frac{P W}{s^2 + W^2}$

Δηλαδή, με $F(s)=L\{u(t)\}(s)$, η εξίσωση 8.2β γίνεται:

$$m \cdot (F(s) \cdot s^2 - s \cdot u(0) - u'(0)) + c \cdot (F(s) \cdot s - u(0)) + F(s) \cdot k = -\frac{P_o \cdot \Omega}{s^2 + \Omega^2}$$

και επειδή έχουμε συνοριακές συνθήκες $u(0)=u'(0)=0$, τελικά έχουμε:

$$m \cdot F(s) \cdot s^2 + c \cdot F(s) \cdot s + F(s) \cdot k = -\frac{P_o \cdot \Omega}{s^2 + \Omega^2} \quad (\text{σχέση 8.2}\gamma)$$

$$c = 2 \cdot m \cdot \omega_o \cdot \xi$$

$$F(s) = -\frac{P_o \cdot \Omega}{(s^2 + \Omega^2) \cdot (m \cdot s^2 + c \cdot s + k)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F(s) = -\frac{P_o \cdot \Omega}{(s^2 + \Omega^2) \cdot \left(m \cdot s^2 + 2 \cdot m \cdot \omega_o \cdot \xi \cdot s + m \cdot \frac{k}{m}\right)} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\Rightarrow F(s) = -\frac{P_o}{m} \cdot \frac{\Omega}{(s^2 + \Omega^2) \cdot (s^2 + 2 \cdot \omega_o \cdot \xi \cdot s + \omega^2)} \Rightarrow \omega_d = \omega_o \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\Rightarrow F(s) = -\frac{P_o}{m} \cdot \frac{\Omega}{(s^2 + \Omega^2) \cdot (s^2 + 2 \cdot \omega_o \cdot \xi \cdot s + \omega_o^2 \cdot \xi^2 + \omega_d^2)} \Rightarrow$$

$$F(s) = -\frac{P_o}{m} \cdot \frac{\Omega}{(s^2 + \Omega^2) \cdot ((s + \omega_o \cdot \xi)^2 + \omega_d^2)} \quad (\text{σχέση 8.2δ})$$

Η εξωτερική φόρτιση ενός μονοβάθμιου ταλαντωτή, όταν υποβάλλεται σε σεισμική διέγερση είναι:

$$P(t) = -m \cdot \ddot{u}_g$$

Όμως, $u_g = |u_g| \cdot \sin(\Omega \cdot t) \Rightarrow \dot{u}_g = \Omega |u_g| \cdot \cos(\Omega \cdot t) \Rightarrow \ddot{u}_g = -\Omega^2 \cdot |u_g| \cdot \sin(\Omega \cdot t)$, οπότε

$$P(t) = m \cdot \Omega^2 \cdot |u_g| \cdot \sin(\Omega \cdot t) = P_o \cdot \sin(\Omega \cdot t) \Rightarrow P_o = m \cdot \Omega^2 \cdot |u_g|$$

Επομένως, η σχέση 8.2δ γίνεται:

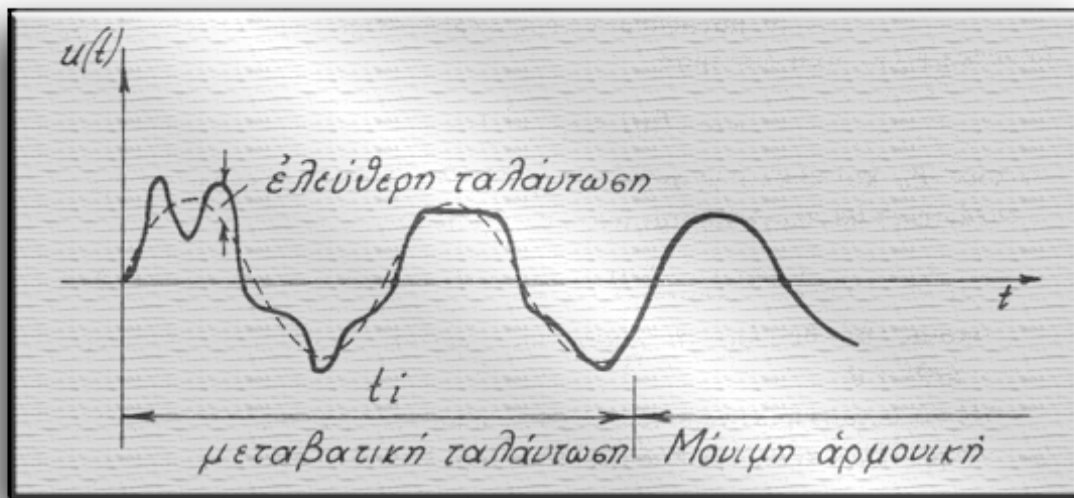
$$F(s) = -\Omega^2 \cdot |u_g| \cdot \frac{\Omega}{(s^2 + \Omega^2) \cdot ((s + \omega_o \cdot \xi)^2 + \omega_d^2)}$$

Η παραπάνω συνάρτηση, με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Laplace (και τη βοήθεια του μαθηματικού πακέτου *Mathematica 4.2*), μετασχηματίζεται ως εξής :

$$u(t) = \frac{\Omega^3 \cdot |u_g|}{(\omega_o^2 - \Omega^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \omega_o^2 \cdot \Omega^2} \cdot \left[\left(\frac{\omega_o^2 - \Omega^2}{\Omega} \sin(\Omega \cdot t) - 2 \cdot \xi \cdot \omega_o \cdot \cos(\Omega \cdot t) \right) - e^{-\xi \cdot \omega_o \cdot t} \cdot \left(\frac{\omega_d^2 - \xi^2 \cdot \omega_o^2 - \Omega^2}{\omega_d} \cdot \sin(\omega_d \cdot t) - 2 \cdot \xi \cdot \omega_o \cdot \cos(\omega_d \cdot t) \right) \right]$$

Το περιεχόμενο ανάμεσα στις αγκύλες αποτελείται από δύο κομμάτια (βλ. σελ. 109, *Δυναμική των Κατασκευών*).

Το πρώτο κομμάτι, με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\Omega \cdot t$, αναφέρεται στην εξωτερική διέγερση (έδαφος). Το δεύτερο κομμάτι, με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\omega_d \cdot t$ αναφέρεται στην ελεύθερη ταλάντωση του συστήματος. Επειδή το δεύτερο κομμάτι έχει το εκθετικό e , το οφειλόμενο σε ελεύθερη ταλάντωση μερίδιο της κινήσεως μειώνεται προοδευτικά και έπειτα από χρόνο t_i πρακτικά μηδενίζεται, όπως φαίνεται και στο κάτωθι σχήμα:



Στο διάστημα $(0-t_i)$ η ταλάντωση λέγεται μεταβατική, ενώ από εκεί και πέρα παίρνει τη μόνιμη μορφή της όπως εκφράζεται από την παρακάτω εξίσωση :

$$u(t) = \frac{\Omega^3 \cdot |u_g| \cdot \left(\frac{\omega_o^2 - \Omega^2}{\Omega} \cdot \sin(\Omega \cdot t) - 2 \cdot \xi \cdot \omega_o \cdot \cos(\Omega \cdot t) \right)}{(\omega_o^2 - \Omega^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \omega_o^2 \cdot \Omega^2} \Rightarrow u(t) = u(t) \cdot \frac{\omega_o^4}{\omega_o^4} \Rightarrow$$

$$u(t) = \frac{\frac{\Omega^2}{\omega_o^2} \cdot |u_g| \cdot \left(\frac{\Omega}{\omega_o^2} \cdot \frac{\omega_o^2 - \Omega^2}{\Omega} \cdot \sin(\Omega \cdot t) - \frac{\Omega}{\omega_o^2} \cdot 2 \cdot \xi \cdot \omega_o \cdot \cos(\Omega \cdot t) \right) \beta = \frac{\Omega}{\omega_o}}{\left(\frac{\omega_o^2 - \Omega^2}{\omega_o^2} \right)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \omega_o^2 \cdot \frac{\Omega^2}{\omega_o^4}} \Rightarrow$$

$$u(t) = \frac{\beta^2 \cdot |u_g| \cdot \left[(1 - \beta^2) \cdot \sin(\Omega \cdot t) - \beta \cdot 2 \cdot \xi \cdot \cos(\Omega \cdot t) \right]}{(1 - \beta^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta^2}$$

Ισχύει ο τριγωνομετρικός μετασχηματισμός:

$$A \cdot \sin x + B \cdot \cos x = \Gamma \cdot \sin(x + \phi) \text{ με: } \Gamma = \sqrt{A^2 + B^2} \text{ και } \phi = \arctan \frac{B}{A}, \text{ οπότε:}$$

$$r(t) = (1 - \beta^2) \cdot \sin(\Omega \cdot t) - \beta \cdot 2 \cdot \xi \cdot \cos(\Omega \cdot t)$$

$$A = (1 - \beta^2) \quad , \quad B = -2 \cdot \xi \cdot \beta$$

$$\Gamma = \sqrt{A^2 + B^2} = \left[(1 - \beta^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad , \quad \phi = \arctan \frac{B}{A} = \arctan \frac{-2 \cdot \xi \cdot \beta}{(1 - \beta^2)}$$

$$r(t) = \left[(1 - \beta^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \sin \left(\Omega \cdot t + \arctan \frac{-2 \cdot \xi \cdot \beta}{(1 - \beta^2)} \right)$$

Έτσι, τελικά η $u(t)$ είναι:

$$u(t) = \beta^2 \cdot |u_g| \cdot \frac{\left[(1-\beta^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(1-\beta^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta^2} \cdot \sin \left(\Omega \cdot t + \arctan \frac{-2 \cdot \xi \cdot \beta}{(1-\beta^2)} \right) \Rightarrow$$

$$u(t) = \frac{\beta^2 \cdot |u_g| \cdot \sin \left(\Omega \cdot t + \arctan \frac{-2 \cdot \xi \cdot \beta}{(1-\beta^2)} \right)}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta^2}}$$

Το πλάτος της $u(t)$ είναι:

$$u = \frac{\beta^2 \cdot |u_g|}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta^2}} \Rightarrow \boxed{\frac{u}{u_g} = \frac{\beta^2}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta^2}}} \quad (\text{σχέση 8.2ε})$$

8.3) Σχέση σχετικής μετακίνησης–μετακίνηση εδάφους.

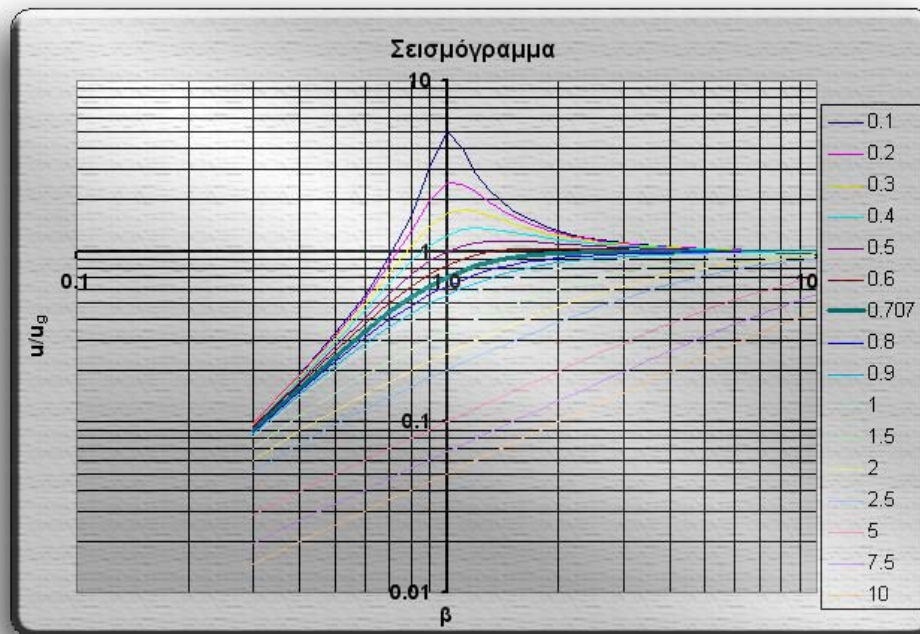
Έχει αποδειχθεί ήδη ότι $\ddot{u}_g = u_g \cdot \Omega^2 \Rightarrow u_g = \frac{\ddot{u}_g}{\Omega^2}$. Επίσης, $\beta = \frac{\Omega}{\omega_0}$. Έτσι,

$$\frac{u}{\frac{\ddot{u}_g}{\Omega^2}} = \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 \cdot \sqrt{(1-\beta^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta^2}} \Rightarrow \boxed{\frac{u}{\ddot{u}_g} = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot \sqrt{(1-\beta^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta^2}}} \quad (\text{σχέση 8.2ζ})$$

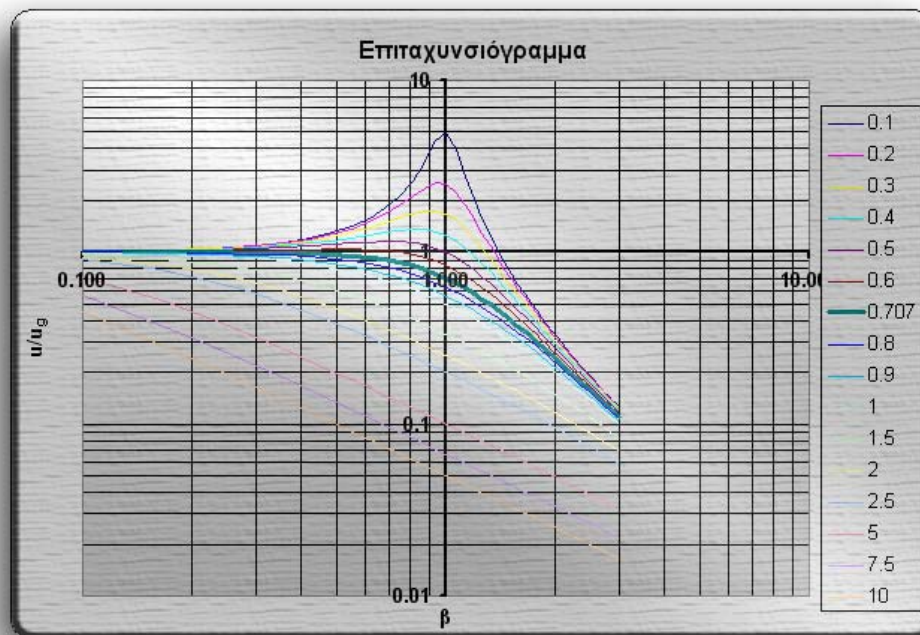
8.4) Συμπεράσματα

Από την σχέση 8.2ε και για τιμές του β αρκετά περισσότερο του 3 ($\beta > 3$) δηλαδή για ιδιοπερίοδο του οργάνου πολύ μεγαλύτερη από την επικρατούσα περίοδο των αναμενόμενων σεισμικών κυμάτων και για λόγο απόσβεσης ίσο με $\xi = 0,707$, ο λόγος $\frac{u}{u_g}$ γίνεται ίσος με την μονάδα.

Δηλαδή, το πλάτος της σχετικής ταλάντωσης της μάζας, γίνεται ίσο με το πλάτος της ταλάντωσης της βάσης ($u = u_g$). Με βάση τα παραπάνω, το όργανο καταγράφει την μετακίνηση του εδάφους και επομένως λειτουργεί ως σειсмоγράφος. Η σχέση 8.2ε που προσδιορίστηκε, περιγράφει την αρχή λειτουργίας των σειсмоγράφων.



Από την σχέση 8.2ζ και για τιμές του β μικρότερες του 0,40 περίπου ($\beta = 0,40$), δηλαδή για ιδιοπερίοδο του οργάνου πολύ μικρότερη από την επικρατούσα περίοδο των αναμενόμενων σεισμικών κυμάτων και για λόγο απόσβεσης ίσο με $\xi = 0,707$, ο λόγος $\frac{u}{\ddot{u}_g}$ γίνεται ίσος με την μονάδα. Δηλαδή το πλάτος της σχετικής ταλάντωσης της μάζας, αντιστοιχεί στην επιτάχυνση της βάσης ($u = \ddot{u}_g$). Με βάση τα παραπάνω το όργανο καταγράφει την επιτάχυνση του εδάφους και επομένως λειτουργεί ως επιταχυνσιογράφος. Η σχέση 8.2ζ που προσδιορίστηκε, περιγράφει την αρχή λειτουργίας των επιταχυνσιογράφων.



[9] Άσκηση 9^η:

Σε δύο σεισμικώς ενεργές περιοχές, σε διάστημα 100 χρόνων, έχουν συμβεί – με βάση (α) ενόργανες μετρήσεις και (β) έμμεσες εκτιμήσεις – 2000 περίπου σεισμοί $M > 3$. Η επεξεργασία των στοιχείων κατέληξε στην παρακάτω κατανομή:

M_w	Περιοχή (Α)	Περιοχή (Β)
	Αριθμός Σεισμών	
3-4	1800	1900
4-5	150	200
5-6	10	15
6-7	2	5
>7	1	3

(α) Να εκτιμηθούν οι σταθερές a και b του νόμου Gutenberg–Richter, στις δύο περιοχές.

(β) Να υπολογισθεί η πιθανότητα να συμβεί στην κάθε περιοχή ένας σεισμός $M_w = 6,5$.

9.1) Εκτίμηση των σταθερών a και b .

Ο νόμος Gutenberg–Richter είναι ο εξής:

$$\text{Log}N = a - b \cdot M$$

N : Ο αριθμός των σεισμών με μεγαλύτερο μέγεθος από M .

a : Στην ειδική περίπτωση που $M=0$, ο αριθμός όλων των σεισμών είναι $N=10^a$.

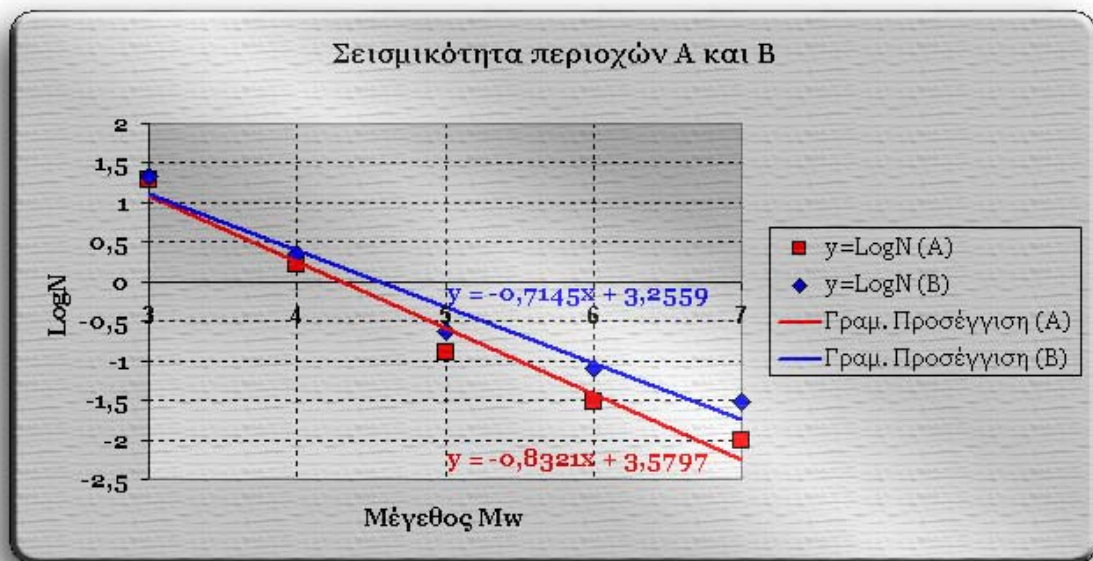
b : Εκφράζει το ρυθμό μείωσης του λογάριθμου του αριθμού των σεισμών του έτους καθώς το μέγεθός τους M αυξάνει.

Εφαρμόζουμε τα ανωτέρω στις περιοχές Α και Β (γίνεται αναγωγή στη μονάδα του έτους):

Περιοχή Α							
M_w	Αριθμός	Αριθμός/έτος	Προσθ. Αριθμός (Α)	$x =$	$y = \text{Log}N$ (Α)	x^2	$x \cdot y$
3~4	1800	18,00	19,63	3,00	1,29292030	9,000	3,87876090
4~5	150	1,50	1,63	4,00	0,21218760	16,000	0,84875042
5~6	10	0,10	0,13	5,00	-0,38605665	25,000	-4,43028324
6~7	2	0,02	0,03	6,00	-1,52287875	36,000	-9,13727247
>7	1	0,01	0,01	7,00	-2,00000000	49,000	-14,00000000
Σύν.	1963	19,63		25,00	-2,90382749	135,000	-22,84004439

Περιοχή Β							
M_w	Αριθμός	Αριθμός/έτος	Προσθ. Αριθμός (Β)	$x =$	$y = \text{Log}N$ (Β)	x^2	$x \cdot y$
3~4	1900	19,00	21,23	3,00	1,32694999	9,000	3,98084998
4~5	200	2,00	2,23	4,00	0,34830486	16,000	1,39321945
5~6	15	0,15	0,23	5,00	-0,63827216	25,000	-3,19136082
6~7	5	0,05	0,08	6,00	-1,09691001	36,000	-6,58146008
>7	3	0,03	0,03	7,00	-1,52287875	49,000	-10,66015122
Σύν.	2123	21,23		25,00	-1,58280607	135,000	-15,05890268

Ακολουθεί το αντίστοιχο διάγραμμα. Σε αυτό, έχουμε ήδη υπολογίσει τις αντίστοιχες γραμμές που έχουν την καλύτερη προσέγγιση στην περιγραφή της σχέσης $x-y$.



Οι τιμές που δίνονται στο ανωτέρω διάγραμμα μπορούν να επαληθευτούν με τους κάτωθι τύπους.

$$\alpha = \bar{y} + b \cdot \bar{x} \quad \text{και} \quad b = -\frac{\sum(x \cdot y) - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum(x^2) - n \cdot \bar{x}^2}$$

όπου: $x = M$, $y = \log N$, $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$, $\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$

Περιοχή Α

$$b = \frac{\sum(x \cdot y) - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum(x^2) - n \cdot \bar{x}^2} = \frac{-22,84 - 5 \cdot \frac{25,00}{5} \cdot \frac{-2,9038}{5}}{135,00 - 5 \cdot \left(\frac{25,00}{5}\right)^2} \Rightarrow b = 0,8321$$

$$\alpha = \bar{y} + b \cdot \bar{x} = \frac{-2,9038}{5} + 0,8321 \cdot \frac{25,00}{5} \Rightarrow \alpha = 3,5797$$

$$\text{LogN} = 3,5797 - 0,8321 \cdot M$$

Περιοχή Β

$$b = \frac{\sum(x \cdot y) - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum(x^2) - n \cdot \bar{x}^2} = \frac{-15,0589 - 5 \cdot \frac{25,00}{5} \cdot \frac{-1,5828}{5}}{135,00 - 5 \cdot \left(\frac{25,00}{5}\right)^2} \Rightarrow b = 0,7145$$

$$\alpha = \bar{y} + b \cdot \bar{x} = \frac{-1,5828}{5} + 0,7145 \cdot \frac{25,00}{5} \Rightarrow \alpha = 3,2559$$

$$\text{LogN} = 3,2559 - 0,7145 \cdot M$$

9.2) Εκτίμηση πιθανότητας να συμβεί στην περιοχή σεισμός $M_w=6,5$.

Ο νόμος Gutenberg–Richter, όταν θεωρήσουμε άνω και κάτω όριο μεγέθους σεισμού, μετασχηματίζεται:

$$N = \exp(a - \beta \cdot M) \Rightarrow N = \exp(a - \beta \cdot m_o) \frac{\exp[-\beta(m - m_o)] - \exp[-\beta(m_{\max} - m_o)]}{1 - \exp[-\beta(m_{\max} - m_o)]}$$

m_o : Το κάτω όριο του μεγέθους του σεισμού (συνήθως 4~5, γιατί μικρότερα μεγέθη δεν προκαλούν ζημιές).

m_u : Το άνω όριο του μεγέθους του σεισμού.

m_{\max} : Το άνω όριο του μεγέθους του σεισμού προσαυξημένο (συνήθως κατά 0,5, δηλαδή $m_{\max} = m_u + 0,5$) για να αντισταθμιστεί η μεγαλύτερη αβεβαιότητα στην εκτίμηση του άνω ορίου.

$$F(m) = \frac{1 - \exp[-\beta(m - m_o)]}{1 - \exp[-\beta(m_u - m_o)]} \quad (\text{Αθροιστική συνάρτηση κατανομής των μεγεθών})$$

$$f(m) = \frac{\beta \cdot \exp[-\beta(m - m_o)]}{1 - \exp[-\beta(m_u - m_o)]} \quad (\text{Συνάρτηση πυκνότητας πιθανοτήτων})$$

Με αυτά υπόψιν, έχουμε:

Περιοχή Α

Δεδομένα:

$$\alpha = 3,5797 \cdot \ln 10$$

$$\beta = 0,8321 \cdot \ln 10$$

$$m = 6,5$$

$$m_o = 4,0$$

$$m_u = 8,0$$

Αποτελέσματα: $F(m) = \frac{1 - \exp[-1,9160(6,5 - 4,0)]}{1 - \exp[-1,9160(8,0 - 4,0)]} \Rightarrow F(m) = 99,22\%$

$$f(m) = \frac{1,9160 \cdot \exp[-1,9160(6,5 - 4,0)]}{1 - \exp[-1,9160(8,0 - 4,0)]} \Rightarrow f(m) = 1,59\%$$

Αν μας ενδιαφέρει όμως η πιθανότητα για $M \geq 6,5$ (αντί για $M=6,5$), τότε:

Από άσκηση 4:

$$p = 1 - \exp[-10^a \cdot T \cdot \exp(-b \cdot m \cdot \ln 10)]$$

$$p = 1 - \exp[-10^{3,5797} \cdot T \cdot \exp(-0,8321 \cdot 6,5 \cdot \ln 10)]$$

$$p = 1,47\%$$

ενώ για $T=100$ χρόνια: $p=77,30\%$

(Η παράδοξη διαφορά 1,59% από 1,47% οφείλεται στο $m_o = 4,0$)

Περιοχή Β

Δεδομένα:

$$\alpha = 3,2559 \cdot \ln 10$$

$$\beta = 0,7145 \cdot \ln 10$$

$$m = 6,5$$

$$m_0 = 4,0$$

$$m_u = 8,0$$

Αποτελέσματα:

$$F(m) = \frac{1 - \exp[-1,6452(6,5 - 4,0)]}{1 - \exp[-1,6452(8,0 - 4,0)]} \Rightarrow F(m) = 98,50\%$$

$$f(m) = \frac{1,6452 \cdot \exp[-1,6452(6,5 - 4,0)]}{1 - \exp[-1,6452(8,0 - 4,0)]} \Rightarrow \mathbf{f(m) = 2,70\%}$$

Αν μας ενδιαφέρει όμως η πιθανότητα για $M \geq 6,5$ (αντί για $M=6,5$), τότε:

Από άσκηση 4:

$$p = 1 - \exp[-10^a \cdot T \cdot \exp(-b \cdot m \cdot \ln 10)]$$

$$p = 1 - \exp[-10^{3,2559} \cdot T \cdot \exp(-0,7145 \cdot 6,5 \cdot \ln 10)]$$

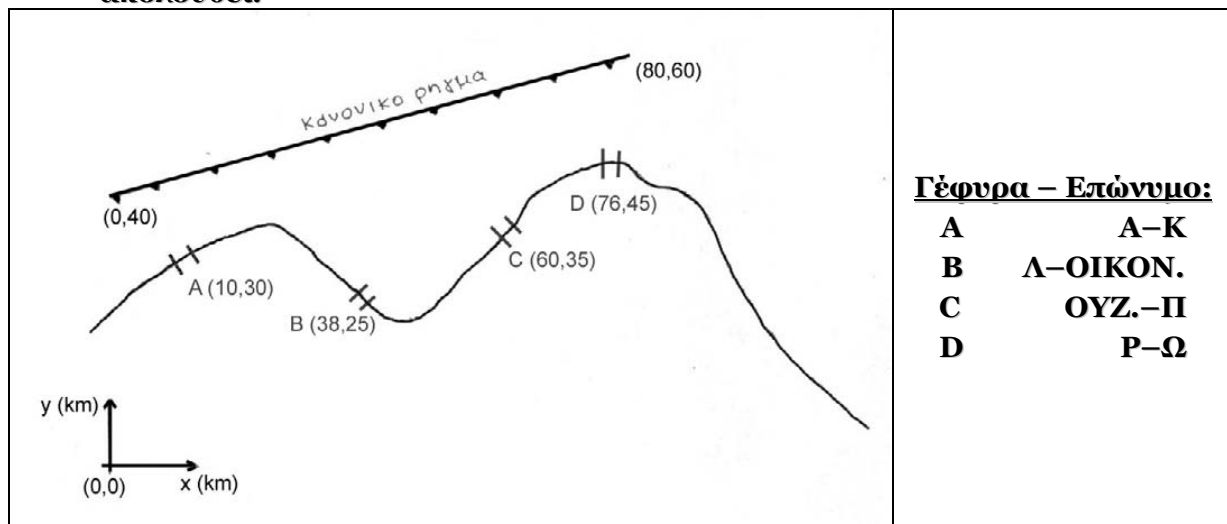
$$\mathbf{p = 4,01\%}$$

ενώ για $T=100$ χρόνια: $p=98,32\%$

[10] Άσκηση 10^η:

Εκτίμηση των παραμέτρων της αναμενόμενης ισχυρής εδαφικής κίνησης στη θέση μίας γέφυρας (στο αντίστοιχο τμήμα που αφορά κάθε ομάδα) και για τρεις (3) κατηγορίες εδαφικών συνθηκών: (α) βράχος, (β) στιφρή άργιλος σε μεγάλο βάθος και (γ) εναλλασσόμενες στρώσεις μαλακής αργίλου και χαλαρής άμμου:

- (1) Για επιφανειακό μέγεθος σεισμού $M_w=6.5$ να υπολογισθούν όλες οι παράμετροι της ισχυρής εδαφικής κίνησης, δεχόμενοι ότι η επικεντρική απόσταση $R=30$ km. Συγκεκριμένα να εκτιμηθούν:
 - α. Οι μέγιστες τιμές της εδαφικής επιτάχυνσης, ταχύτητας και μετακίνησης για τις τρεις κατηγορίες εδάφους (οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα).
 - β. Τα φάσματα ελαστικής απόκρισης επιτάχυνσης, ταχύτητας και μετακίνησης.
 - γ. Η "ενεργός" επιτάχυνση για τις τρεις κατηγορίες εδάφους.
 - δ. Η διάρκεια της ισχυρής εδαφικής κίνησης και η δεσπόζουσα περίοδος του σεισμικού κραδασμού στο βράχο.
- (2) Να εκτιμηθούν οι παράμετροι της αναμενόμενης ισχυρής εδαφικής κίνησης και της μετάθεσης στο ρήγμα, με βάση την αιτιοκρατική μέθοδο, για την γέφυρα του σχήματος (ανάλογα με τον πίνακα) (συνθήκες βράχου), εάν υποθέσουμε ότι τα σεισμικώς ενεργά ρήγματα δίδονται στο σχήμα που ακολουθεί.



10.1) Ερώτημα 1^ο.

10.1.1) Υπο-ερώτημα 1α.

Τα ζητούμενα μεγέθη θα υπολογιστούν από σχέσεις εξασθένισης. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, για σεισμούς μεγέθους $5,5 < M_s < 7,2$, δύνатаι να θεωρήσουμε ότι $M_s \approx M_w$, οπότε έχουμε $M_s = M_w = 6,5$. Η επικεντρική απόσταση που μας ενδιαφέρει είναι $R=30$ km.

Στην περίπτωση της κατακόρυφης συνιστώσας, θα την πάρουμε ίση με το 70% της οριζόντιας, επειδή ο αντίστοιχος συντελεστής q των *Ambraseys & Simpron (1996)* ισχύει για χαρακτηριστικά που δεν ισχύουν στην περίπτωσή μας ($M_s \geq 6,0$, $R \leq 15$ km, $h \leq 20$ km).

Σύμφωνα με τις σχέσεις εξασθένισης των *Θεοδουλίδη-Παπαζάχου (1992)* ισχύει ότι:
 $\ln P_{HA} = 3,88 + 1,12M_s - 1,65 \ln(R+15) + 0,41S + 0,71P$ (εδαφική επιτάχυνση) από τη σελίδα 166.

$\ln P_{HV} = -0,79 + 1,41M_s - 1,62 \ln(R+10) - 0,22S + 0,80P$ (εδαφική ταχύτητα) από τη σελίδα 168.

$\ln P_{HD} = -5,92 + 2,08M_s - 1,85 \ln(R+5) - 0,97S + 1,23P$ (εδαφική μετατόπιση) από τη σελίδα 168.

όπου $P = 0$ για μέση τιμή (την οποία χρησιμοποιούμε) και $P = 0$ για 84% υπέρβαση της $\ln P_{HA}$ και $S = 1$ για βράχο και στριφρή άργιλο, ή $S = 0$ για μαλακή άργιλο και χαλαρή άμμο.

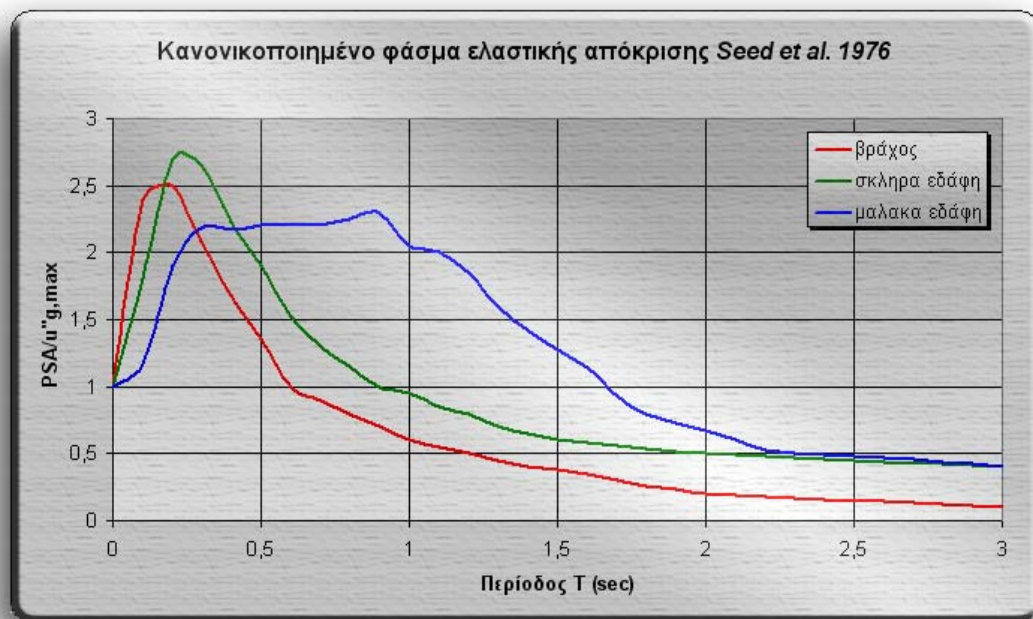
	x=A & n=2		x=V & n=1		x=D & n=0	
C ₁	3,88		-0,79		-5,92	
C ₂	1,12		1,41		2,08	
C ₃	-1,65		-1,62		-1,85	
C ₄	15,00		10,00		5,00	
C ₅	0,41		-0,22		-0,97	
S	1	0	1	0	1	0
C ₆	0,71		0,80		1,23	
P	0		0		0	
M ₁	6,5		6,5		6,5	
R ₁	30,000		30,000		30,000	
lnPHx	5,289	4,879	2,179	2,399	0,053	1,023
PHx (cm/sec ²)	198,147	131,500	8,838	11,012	1,054	2,780
PVx (cm/sec ²)	138,703	92,050	6,186	7,709	0,738	1,946

10.1.2) Υπο-ερώτημα 1β.

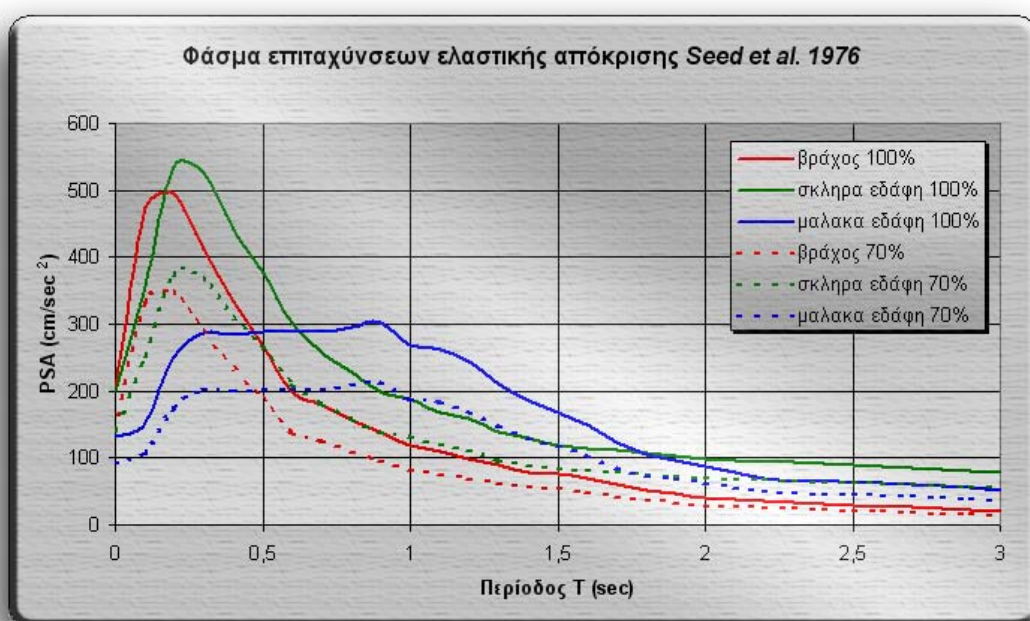
Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση του *Ambraseys* που δόθηκε στις συμπληρωματικές σημειώσεις στα πλαίσια του μαθήματος. Όμως, αυτές οι σχέσεις έχουν έντονο πιθανοτικό χαρακτήρα και διστάζουμε να βρούμε τις φασματικές ταχύτητες και μετακινήσεις μέσω της κυκλικής συχνότητας, ιδιαίτερα επειδή συνήθως αντί της μετατροπής μέσω του ω , δίνονται διαφορετικοί τύποι για τις ταχύτητες και μετακινήσεις, τύπους που δεν έχουμε στην περίπτωση της λύσης μέσω της σχέσης του *Ambraseys* για τις επιταχύνσεις.

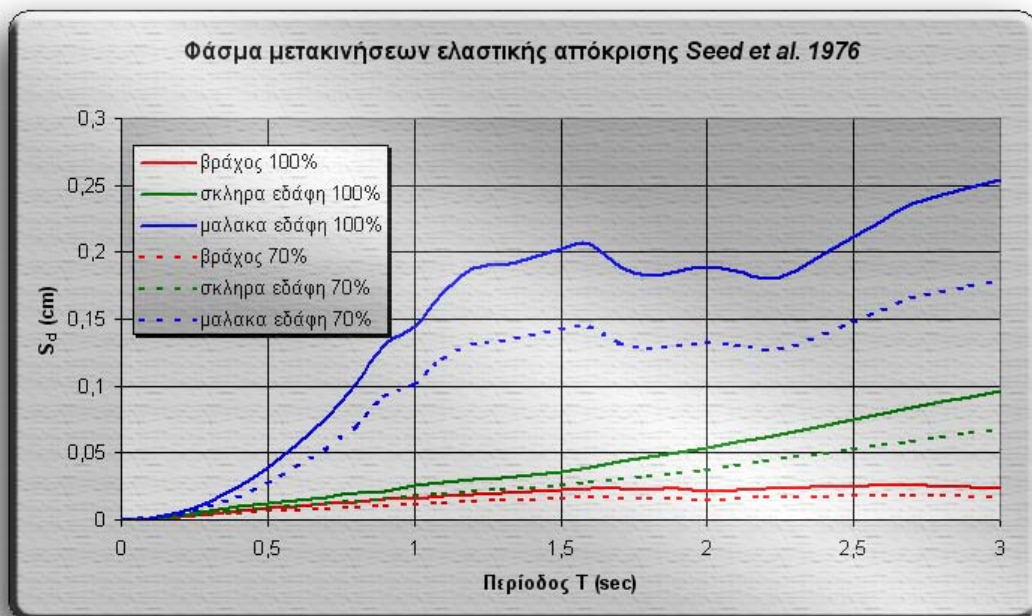
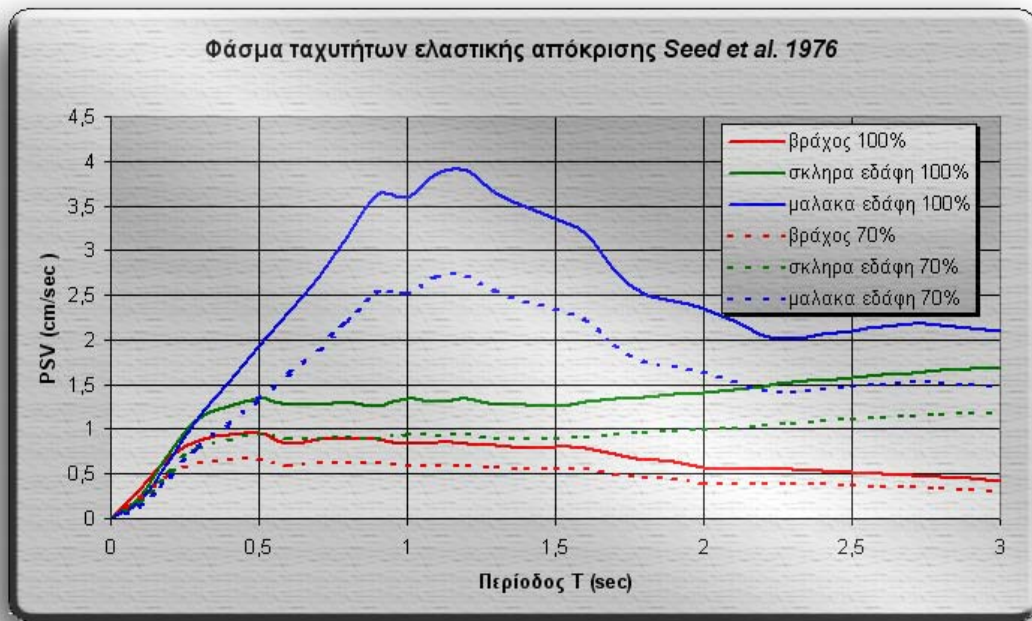
Έτσι, λοιπόν, στη σελίδα 156 του τεύχους Α των σημειώσεων υπάρχει ένα κανονικοποιημένο φάσμα ελαστικής απόκρισης επιτάχυνσης, από *Seed et al., 1976* για βράχο, σκληρά εδάφη και αμμώδη και μαλακά εδάφη, το οποίο θα χρησιμοποιήσουμε για να βρούμε τα φάσματα ελαστικής απόκρισης που αντιστοιχούν στα μεγέθη που υπολογίστηκαν στο ερώτημα 1α.

Ψηφιοποιούμε, λοιπόν, τις τιμές του κανονικοποιημένου φάσματος:



Τις παραπάνω τιμές τις πολλαπλασιάζουμε με τις τιμές PHA και PVA που βρήκαμε σε προηγούμενο κομμάτι της άσκησης, ενώ για να βρούμε τα αντίστοιχα PSV και S_d , χρησιμοποιούμε τις απλοποιητικές εκφράσεις $PSA = \omega \cdot PSV = \omega^2 \cdot S_d$





Όπως είναι φυσικό, τα αποτελέσματα της κατακόρυφης συνιστώσας δεν είναι ιδιαίτερος αξιόπιστα, αφού εκτός από ποσοτική διαφορά με τις οριζόντιες συνιστώσες, η κατακόρυφη συνιστώσα έχει και έντονη ποιοτική διαφορά.

10.1.3) Υπο-ερώτημα 1γ.

Σύμφωνα με τις σημειώσεις (σελ. 161), υπάρχουν τέσσερις τρόποι εκτίμησης τις ενεργούς εδαφικής επιτάχυνσης:

1) PGA μετά το φιλτράρισμα του επιταχυνσιογραφήματος για συχνότητες $> 8\sim 9$ Hz. Δεν βολεύει, επειδή δεν έχουμε το επιταχυνσιογράφημα.

2) Τρίτη υψηλότερη τιμή του $\ddot{u}(t)$, αυξημένη κατά 25%. Δεν βολεύει, επειδή δεν έχουμε το επιταχυνσιογράφημα.

3) Ίση προς τα 2/3 της αιχμής PGA:

Βράχος 100%: $2/3 \cdot 495,366 \text{ m/sec}^2 = 330,244 \text{ cm/sec}^2$.

Σκληρά εδάφη 100%: $2/3 \cdot 534,996 \text{ m/sec}^2 = 356,664 \text{ cm/sec}^2$.

Μαλακά εδάφη 100%: $2/3 \cdot 302,450 \text{ m/sec}^2 = 201,633 \text{ cm/sec}^2$.

Βράχος 70%: $2/3 \cdot 346,757 \text{ m/sec}^2 = 231,171 \text{ cm/sec}^2$.

Σκληρά εδάφη 70%: $2/3 \cdot 374,497 \text{ m/sec}^2 = 249,665 \text{ cm/sec}^2$.

Μαλακά εδάφη 70%: $2/3 \cdot 211,715 \text{ m/sec}^2 = 141,143 \text{ cm/sec}^2$.

4) Σύμφωνα με το *ATC Council (USA)*: $EPA = \frac{PSA_{(0,1\text{sec}-0,5\text{sec})}}{2,5}$

Βράχος 100%: $495,366/2,5 \text{ m/sec}^2 = 198,147 \text{ cm/sec}^2$.

Σκληρά εδάφη 100%: $534,996/2,5 \text{ m/sec}^2 = 213,998 \text{ cm/sec}^2$.

Μαλακά εδάφη 100%: $289,300/2,5 \text{ m/sec}^2 = 115,720 \text{ cm/sec}^2$.

Μαλακά εδάφη 70%: $202,510/2,5 \text{ m/sec}^2 = 81,004 \text{ cm/sec}^2$.

Σκληρά εδάφη 70%: $374,497/2,5 \text{ m/sec}^2 = 149,799 \text{ cm/sec}^2$.

Βράχος 70%: $346,757/2,5 \text{ m/sec}^2 = 138,703 \text{ cm/sec}^2$.

10.1.4) Υπο-ερώτημα 1δ.

Σύμφωνα με τις σημειώσεις (σελ. 158), υπάρχουν οι εξής τρόποι για την εκτίμηση της διάρκειας της ισχυρής εδαφικής κίνησης (η bracket duration T_{BD} και η ένταση A_{rig} απορρίπτονται αφενός μεν γιατί είναι ορισμοί και όχι εκτίμηση, αφετέρου δε, γιατί δεν έχουμε το επιταχυνσιογράφημα):

1) *Hanks (1979) & McGuire (1981)*: $T_D = f_c^{-1}$. Απορρίπτεται, γιατί δεν έχουμε το επιταχυνσιογράφημα.

2) *Hermann (1985)*: $T_D = f^{-1} + (0,05R)$. Απορρίπτεται, γιατί δεν έχουμε το επιταχυνσιογράφημα.

3) *Μάργαρης (1990)*: $\ln T_{SD} = 0,71 + 0,11 \cdot M_S + 0,32 \cdot \ln R - 0,65 \cdot S$
 $= 0,71 + 0,11 \cdot 6,5 + 0,32 \cdot \ln 30 - 0,65 \cdot \{0|1\}$
 Βράχος & Σκληρά εδάφη: $\ln T_{SD} = 1,863 \rightarrow T_{SD} = 6,45 \text{ sec.}$
 Μαλακά εδάφη: $\ln T_{SD} = 2,513 \rightarrow T_{SD} = 12,35 \text{ sec.}$

4) *Parazachos et al (1992)*:

$$\ln T_{SD} = 1,84 + 0,81 \cdot M_S - 1,04 \cdot \ln(R+15) - 0,19 \cdot S - 27,7 \cdot L + 0,76 \cdot P$$

R: Επικεντρική απόσταση

S=0 αλλούβια, S=1 σκληρό πέτρωμα

L: Μη διαθέσιμη παράμετρος, οπότε δεν βολεύει.

P=0 για μέση τιμή και P=1 για ±1 τυπική απόκλιση (πιθανότητα υπέρβασης 84%)

5) *Chang & Krinitzsky (1977)*: Πίνακας T_{BD} για $R < 10$ km (δεν ισχύει, άρα δεν βολεύει).

6) Σημειώσεις, σελ. 160:

$$t = 17,5 \cdot \tanh(M_L - 6,5) + 19, \text{ αν } 0,05g < a < 0,10g$$

$$t = 7,5 \cdot \tanh(M_L - 6,0) + 7,5, \text{ αν } a > 0,10g$$

Για την Ελλάδα, (σελ. 92 σημειώσεων), ισχύει $M_S = 0,95 \cdot M_L + 0,72 = 6,5 \rightarrow M_L = 6,08$.

$$t = 17,5 \cdot \tanh(6,084 - 6,5) + 19 \rightarrow t = \mathbf{12,12 \text{ sec}}, \text{ αν } 0,05g < a < 0,10g$$

$$t = 7,5 \cdot \tanh(6,084 - 6,0) + 7,5 \rightarrow t = \mathbf{8,13 \text{ sec}}, \text{ αν } a > 0,10g$$

Αφού έχουμε $R = 30$ km και $M_S = 6,5$, θα χρησιμοποιήσαμε το διάγραμμα T_p/R των *Seed et al., 1969*, που βρίσκεται στη σελίδα 169 των σημειώσεων, για να βρούμε την δεσπόζουσα περίοδο T_p στο βράχο (τη δεσπόζουσα, δηλαδή, περίοδο ταλάντωσης που αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή του φάσματος πλάτους Fourier). Αυτή, τελικά, είναι $T_p = \mathbf{0,29 \text{ sec}}$.

10.2) Ερώτημα 2^ο.

Το μήκος του ρήγματος είναι $L = \sqrt{(80 - 0)^2 + (60 - 40)^2} = 82,462 \text{ km}$

Σύμφωνα με τον Παπαζάχο, 1989 (σελ. 95 σημειώσεων), $\log L = 0,51 \cdot M_s - 1,85 \rightarrow M_s = 7,38$,
η δε μετάθεση δίνεται από τον τύπο $\log D = 0,82 \cdot M_s - 3,71 = 2,3455 \rightarrow D = 222 \text{ cm}$.

Με γεωμετρική λύση ή με τη βοήθεια του προγράμματος AutoCAD, βγαίνει ότι η απόσταση του ρήγματος από τη γέφυρα που μας ενδιαφέρει (τη Β, δηλαδή) είναι **R = 23,769 km**.

Έχουμε συνθήκες βράχου, οπότε στις σχέσεις εξασθένισης των Θεδουλιδη – Παπαζάχου είναι S=1:
 $\ln P_{HA} = 3,88 + 1,12 M_s - 1,65 \ln(R+15) + 0,41 S + 0,71 P$ (εδαφική επιτάχυνση) από τη σελίδα 166.
 $\ln P_{HV} = -0,79 + 1,41 M_s - 1,62 \ln(R+10) - 0,22 S + 0,80 P$ (εδαφική ταχύτητα) από τη σελίδα 168.
 $\ln P_{HD} = -5,92 + 2,08 M_s - 1,85 \ln(R+5) - 0,97 S + 1,23 P$ (εδαφική μετατόπιση) από τη σελίδα 168.
 όπου P = 0 για μέση τιμή (την οποία χρησιμοποιούμε) και P = 0 για 84% υπέρβαση της $\ln P_{HA}$
 και S = 1 για βράχο και στριφρή άργιλο, ή S = 0 για μαλακή άργιλο και χαλαρή άμμο.

	x=A & n=2	x=V & n=1	x=D & n=0
C1	3,88	-0,79	-5,92
C2	1,12	1,41	2,08
C3	-1,65	-1,62	-1,85
C4	15,00	10,00	5,00
C5	0,41	-0,22	-0,97
S	1	1	1
C6	0,71	0,80	1,23
P	0	0	0
M1	7,4	7,4	7,4
R1	23,769	23,769	23,769
lnPHx	6,526	3,701	2,256
PHx (cm/sec ⁿ)	682,619	40,486	9,542

Σύμφωνα με την διαδικασία που έχει ήδη ακολουθηθεί στο πρώτο ερώτημα, σημειώνουμε ότι θα μας βοηθήσει ο συντελεστής αναλογίας μεταξύ του βράχου 100% που είχε $P_{HA} = 198,147 \text{ cm/sec}^2$ και της τρέχουσας λύσης με $P_{HA} = 682,619 \text{ cm/sec}^2$. Ο λόγος μεταξύ τους είναι $q=3,445$.

Εκτίμηση ενεργούς εδαφικής επιτάχυνσης.

Θα ασχοληθούμε μόνο με τις περιπτώσεις:

- 1) Ίση προς τα 2/3 της αιχμής PGA.

Τρέχων Βράχος : $q \cdot \text{Βράχος } 100\% = 3,445 \cdot 330,244 = 1137,698 \text{ cm/sec}^2$.

- 2) Σύμφωνα με το ATC Council (USA): $EPA = \frac{PSA_{(0,1\text{sec}-0,5\text{sec})}}{2,5}$

Τρέχων Βράχος : $q \cdot \text{Βράχος } 100\% = 3,445 \cdot 198,147 = 682,619 \text{ cm/sec}^2$.

Εκτίμηση διάρκειας ισχυρής εδαφικής επιτάχυνσης.

Θα ασχοληθούμε μόνο με τις περιπτώσεις:

1) Μάργαρης (1990): $\ln T_{SD} = 0,71 + 0,11 \cdot M_S + 0,32 \cdot \ln R - 0,65 \cdot S$
 $= 0,71 + 0,11 \cdot 7,38 + 0,32 \cdot \ln 23,769 - 0,65 \cdot 1$
 Βράχος & Σκληρά εδάφη: $\ln T_{SD} = 1,886 \rightarrow T_{SD} = 6,59 \text{ sec.}$

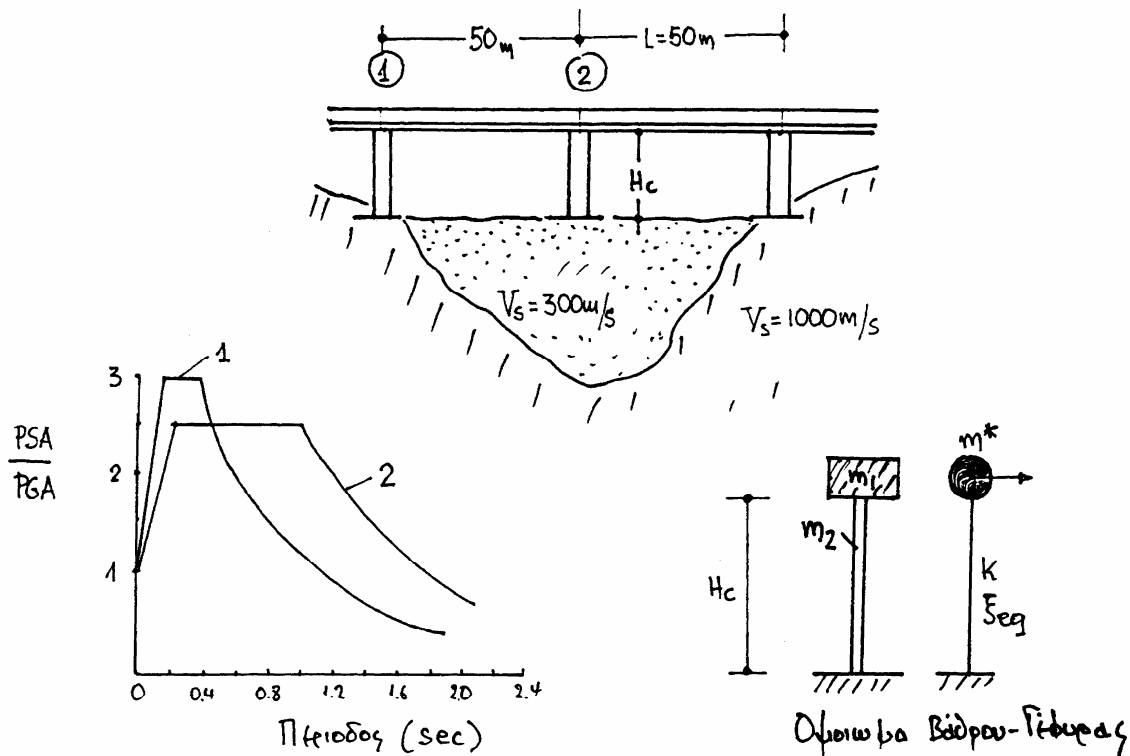
2) Σημειώσεις, σελ. 160:
 $t = 17,5 \cdot \tanh (M_L - 6,5) + 19$, αν $0,05g < a < 0,10g$
 $t = 7,5 \cdot \tanh (M_L - 6,0) + 7,5$, αν $a > 0,10g$
 Για την Ελλάδα, (σελ. 92 σημειώσεων), ισχύει $M_S = 0,95 \cdot M_L + 0,72 = 6,5 \rightarrow M_L = 7,016$.

$t = 17,5 \cdot \tanh (7,016 - 6,5) + 19 \rightarrow t = 27,30 \text{ sec}$, αν $0,05g < a < 0,10g$
 $t = 7,5 \cdot \tanh (7,016 - 6,0) + 7,5 \rightarrow t = 13,26 \text{ sec}$, αν $a > 0,10g$

Αφού έχουμε $R = 23,769 \text{ km}$ και $M_S = 7,38$, θα χρησιμοποιήσαμε το διάγραμμα T_p/R των *Seed et al., 1969*, που βρίσκεται στη σελίδα 169 των σημειώσεων, για να βρούμε την δεσπόζουσα περίοδο T_p στο βράχο (τη δεσπόζουσα, δηλαδή, περίοδο ταλάντωσης που αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή του φάσματος πλάτους Fourier). Αυτή, τελικά, είναι $T_p = 0,35 \text{ sec}$.

[11] Άσκηση 11^η:

Σε μία γέφυρα τα 3 μεσαία βάθρα θεμελιώνονται σε διαφορετικές εδαφικές συνθήκες. Τα φάσματα ελαστικής απόκρισης για τα βάθρα 1 και 2 δίδονται στο σχήμα 1. Δεχόμαστε ότι η επιρροή της δυναμικής αλληλεπίδρασης εδάφους, θεμελίωσης, ανωδομής είναι αμελητέες και ότι τα βάθρα είναι πρακτικώς πακτωμένα στο σύστημα θεμέλιο-έδαφος. Επίσης $PGA_1 = PGA_2$.



- α) Να διερευνηθεί η δυνατότητα να έχουμε ίδιο φασματικό λόγο επιτάχυνσης (δηλαδή ίδιο σεισμικό φορτίο), στα δύο βάθρα (ανά διεύθυνση) δεχόμενοι ότι η ανωδομή της γέφυρας είναι σταθερή ($m_1 = ct$) ($\zeta_{eq} = 2\%$ και 5%).
- β) Να υπολογισθεί η μέγιστη διαμήκης διαφορική μετακίνηση των 2 βάρων αφού προηγουμένως ελεγχθεί ο συντελεστής συνοχής-συμφωνίας (coherency factor).

Δίνεται πως τα χαρακτηριστικά του αντίστοιχου μονοβάθμιου ταλαντωτή είναι

$$m^* = m_1 + m_2 / 3 \quad , \quad T_d = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m^*}{K(1 - \zeta_{eq}^2)}}$$

<p>Υπενθυμίζεται ότι η τιμή της δυσκαμψίας στην διαμήκη διεύθυνση προσεγγίζεται με θεώρηση δυσκαμψίας αμφιάκτου η οποία δίνεται από τη σχέση $K_{\text{διαμ}} = \frac{12EI}{H_c^3}$ ενώ στην εγκάρσια διεύθυνση με δυσκαμψία προβόλου και δίνεται $K_{\text{εγκ}} = \frac{3EI}{H_c^3}$.</p>	<p>$k:$</p> $K_{\text{εγκάρσια}} \approx \frac{3EI}{H_c^3}$ $K_{\text{διαμήκης}} \approx \frac{12EI}{H_c^3}$
---	---

11.1) Διερεύνηση ίδιου λόγου επιτάχυνσης.

Πολλές φορές λόγου λειτουργικότητας ή και αισθητικοί λόγοι επιβάλλουν διαφορετικές στατικές λύσεις σε κάποιο πρόβλημα από τις αντίστοιχες αν οι πρώτοι αγνοηθούν. Έτσι, γενικά τα βάθρα μιας γέφυρας σχεδιάζονται να είναι ίδια μεταξύ τους. Παρ' όλ' αυτά, εμείς θα διερευνήσουμε τόσο την περίπτωση σύμπτωσης του σχήματος των βάθρων, όσο και την περίπτωση των διαφορετικών βάθρων.

$$\frac{T_{d2}}{T_{d1}} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_2^*}{K_2(1-\xi_{eq}^2)}}}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_1^*}{K_1(1-\xi_{eq}^2)}}} = \frac{\sqrt{\frac{3m_{καταστρ} + m_2}{K_2}}}{\sqrt{\frac{3m_{καταστρ} + m_1}{K_1}}} = \sqrt{\frac{K_1(3m_{καταστρ} + m_2)}{K_2(3m_{καταστρ} + m_1)}}$$

11.1.1) Ίδια βάθρα.

Επειδή τα βάθρα είναι ίδια, τότε $m_1 = m_2$ καθώς και $K_1 = K_2$ επειδή $I_1 = I_2$. Τότε,

$$\frac{T_{d2}}{T_{d1}} = \sqrt{\frac{K_1(3m_{καταστρ} + m_2)}{K_2(3m_{καταστρ} + m_1)}} = 1, \text{ οπότε θα είναι } T_{d1} = T_{d2}.$$

Αφού $PGA_1 = PGA_2$, θα πρέπει $\frac{PSA_1}{PGA_1} = \frac{PSA_2}{PGA_2}$ και επειδή $T_{d1} = T_{d2}$, η μόνη περίπτωση να γίνει

κάτι τέτοιο είναι να έχουμε $T_{d1} = T_{d2} \approx 0,45 \text{ sec}$ που οδηγεί και τα δύο βάθρα σε $\frac{PSA}{PGA} = 2,5$.

Αυτό, όμως, θα ισχύει αναγκαστικά και στις δύο διευθύνσεις, οπότε θα έχουμε (στην περίπτωση ορθογωνικών υποστυλωμάτων):

$$K_{εγκ} = \frac{3EI_{εγκ}}{H_c^3} = \frac{12EI_{διαμ}}{H_c^3} = K_{διαμ} \Rightarrow \frac{I_{εγκ}}{I_{διαμ}} = 4 \Rightarrow \frac{b \cdot d^3}{b^3 \cdot d} = 4 \Rightarrow \mathbf{d = 2b}$$

$$T_d = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_{καταστρ} + \frac{2b^2 \cdot H_c \cdot \gamma}{3}}{\frac{3 \cdot E \cdot 8b^4}{12 \cdot H_c^3} (1 - \xi_{eq}^2)}} = 0,45 \Rightarrow \frac{m_{καταστρ} + \frac{2b^2 \cdot H_c \cdot \gamma}{3}}{\frac{3 \cdot E \cdot 8b^4}{12 \cdot H_c^3} (1 - \xi_{eq}^2)} = \frac{0,225^2}{\pi^2}$$

11.1.2) Διαφορετικά βάθρα.

Σε αυτήν την περίπτωση, τα βάθρα έχουν διαφορετική δυσκαμψία και μάζα. Έτσι για το φάσμα 2 ισχύει:

11.1.2.1) Αν $0 \text{ sec} < T_2 < 0,2 \text{ sec}$

Αν το T_1 βρίσκεται στον κλάδο ανόδου, τότε για αυτό το διάστημα για το ίδιο $\frac{PSA}{PGA}$ με

αρκετά μικρή προσέγγιση είναι $\frac{T_2}{T_1} = k \approx 2$.

$$\frac{T_{d2}}{T_{d1}} = \sqrt{\frac{K_1(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + m_2)}{K_2(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + m_1)}} = 2 \Rightarrow \frac{K_1(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_2 d_2 H_c \gamma)}{K_2(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_1 d_1 H_c \gamma)} = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_1(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_2 d_2 H_c \gamma)}{I_2(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_1 d_1 H_c \gamma)} = 4 \Rightarrow \frac{b_1 d_1^3(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_2 d_2 H_c \gamma)}{b_2 d_2^3(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_1 d_1 H_c \gamma)} = 4$$

Το πρόβλημα σε αυτήν την περίπτωση είναι ότι τυχόν ρηγματώσεις προκαλούν μείωση της δυσκαμψίας, οπότε αύξηση της ιδιοπεριόδου, οπότε έχουμε αύξηση του σεισμικού φορτίου, κάτι που είναι μη επιθυμητό.

Η δεύτερη περίπτωση είναι να έχουμε το T_1 στον κλάδο καθόδου, τότε σε αυτήν την περίπτωση ο όρος «2» είναι μεταβλητός ($0 < k < 0,2/0,45$):

$$0 < \sqrt{\frac{K_1(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_2 d_2 H_c \gamma)}{K_2(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_1 d_1 H_c \gamma)}} < 0,4$$

Επιπρόσθετα, η δημιουργία ρηγματώσεων στα βάθρα θα προκαλέσει αύξηση των σεισμικών φορτίων στο δεύτερο βάθρο και μείωση στο πρώτο, κάτι που είναι ανεπιθύμητο.

11.1.2.2) Αν $0,2 \text{ sec} < T_2 < 1,0 \text{ sec}$

Η πρώτη περίπτωση είναι:

Σε αυτό το διάστημα για το ίδιο $\frac{PSA}{PGA}$ θα πρέπει να έχουμε $T_{d1} = 0,45 \text{ sec}$, δηλαδή:

$$\frac{0,2}{0,45} < \frac{T_{d2}}{T_{d1}} < \frac{1,0}{0,45} \Rightarrow 0,4 < \frac{T_{d2}}{T_{d1}} < 2,2 \Rightarrow 0,4 < \sqrt{\frac{b_1 d_1^3(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_2 d_2 H_c \gamma)}{b_2 d_2^3(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_1 d_1 H_c \gamma)}} < 2,2$$

Η δεύτερη περίπτωση είναι να έχουμε $T_{d1} = 0,1 \text{ sec}$ (αύξων κλάδος):

$$\frac{0,2}{0,1} < \frac{T_{d2}}{T_{d1}} < \frac{1,0}{0,1} \Rightarrow 2,0 < \frac{T_{d2}}{T_{d1}} < 10,0 \Rightarrow 2,0 < \sqrt{\frac{b_1 d_1^3(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_2 d_2 H_c \gamma)}{b_2 d_2^3(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_1 d_1 H_c \gamma)}} < 10,0$$

Αυτό όμως είναι ανεπιθύμητο λόγω αύξησης του σεισμικού φορτίου λόγω ρηγματώσης.

11.1.2.3) Αν $T_2 > 1,0 \text{ sec}$

Σε αυτό το διάστημα για το ίδιο $\frac{PSA}{PGA}$ θα πρέπει να έχουμε $\frac{T_{d2}}{T_{d1}} = k$, δηλαδή:

Η πρώτη περίπτωση είναι να είμαστε στον φθίνοντα κλάδο του «1», οπότε $2/1,4 < k < 1/0,45$.

$$1,43 < \frac{T_{d2}}{T_{d1}} < 2,2 \Rightarrow 1,43 < \sqrt{\frac{b_1 d_1^3(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_2 d_2 H_c \gamma)}{b_2 d_2^3(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_1 d_1 H_c \gamma)}} < 2,2$$

Η δεύτερη περίπτωση είναι να είμαστε στον αύξοντα κλάδο του «1», οπότε $0,0 < k < 2/0,1$.

$$0,0 < \frac{T_{d2}}{T_{d1}} < 20,0 \Rightarrow 0,0 < \sqrt{\frac{b_1 d_1^3(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_2 d_2 H_c \gamma)}{b_2 d_2^3(3\mathbf{m}_{\text{καταστρ}} + b_1 d_1 H_c \gamma)}} < 20,0$$

Επισημαίνουμε ότι η δεύτερη περίπτωση οδηγεί σε κακή λύση του προβλήματος λόγω της αύξησης σεισμικού φορτίου με τη ρηγμάτωση.

11.2) Μέγιστη διαμήκης διαφορική μετακίνηση.

Σύμφωνα με τους Luco, Wang, 1986 “Response of a rigid foundation to a Spatially Random Ground Motion”, J. Earthq. Engng and Struct. Dyn. 1986, pp 891,908 που υπάρχει στις σημειώσεις ΑΣΤΕ-1 (Συμπληρωματικές σημειώσεις κεφαλαίου 3) πρέπει να διερευνηθεί η χωρική μεταβλητότητα της εδαφικής κίνησης, ιδιαίτερα αν τα βάθρα της γέφυρας είναι μεγαλύτερη από 150m. Εμείς, παρότι έχουμε απόσταση μεταξύ των βάθρων 50m, θα διερευνήσουμε το λεγόμενο «συντελεστή συνοχής-συμφωνίας (coherency factor)», που αντιστοιχεί στη μεταβλητότητα της εδαφικής κίνησης.

Από όλες τις υπο-περιπτώσεις διερεύνησης για το ίδιο PSA, οι καλύτερες είναι:

- 1) Ίδια βάθρα $\rightarrow T_{d1} = T_{d2} = 0,45 \text{ sec}$.
- 2) Διαφορετικά βάθρα $\rightarrow T_{d1} = 0,45 \text{ sec}$ και $0,2 \text{ sec} < T_{d2} < 1,0 \text{ sec}$.

Εμείς για λόγους απλότητας θα ασχοληθούμε με την πρώτη περίπτωση.

$f \text{ (Hz)} = 1/T = 1/0,45 = 2,22 \text{ Hz}$, όποτε από το διάγραμμα “Frequency / Coherency factor” παίρνουμε δείκτη=0,98, οπότε η απώλεια συνοχής είναι πρακτικά μηδενική, οπότε έχουμε δικαίωμα να προχωρήσουμε με το επόμενο βήμα.

Σύμφωνα με την απλοποιημένη μέθοδο υπολογισμού της ασύγχρονης εδαφικής κίνησης για γέφυρες και αγωγούς που υπάρχει στο ίδιο κομμάτι σημειώσεων, έχουμε:

Εάν τα σεισμικά κύματα από την επικεντρική περιοχή ταξιδεύουν και «χτυπούν» τη θέση μιας γέφυρας υπό γωνία θ , τότε η χρονική καθυστέρηση μεταξύ δύο σημείων, εμφανίζεται με απλοποιημένο τρόπο από τη σχέση:

$$\Delta t = \frac{L \cdot \cos \theta}{V_s}$$

Για τη διαμήκη έννοια της γέφυρας, η μέγιστη σχετική μετακίνηση d_m είναι $d_m = u_m \cdot \sin \theta \cdot \Delta t$
Οι ανωτέρω δύο σχέσεις συνδυάζονται και έχουμε:

$$d_m = u_m \cdot \sin \theta \cdot \frac{L \cdot \cos \theta}{V_s}$$

Η ανωτέρω συνάρτηση μεγιστοποιείται για $\theta=45^\circ$ ($\sin \theta \cdot \cos \theta = 1/2$), οπότε τελικά:

$$d_m = \frac{u_m \cdot L}{2 \cdot V_s}$$

L: Η απόσταση μεταξύ των δύο βάθρων.

V_s : Η φαινόμενη ταχύτητα. Εδώ: 1000 m/sec επειδή αυτή είναι τελικά η κρίσιμη (αγνόηση των 300 m/sec).

u_m : Η μέγιστη εδαφική ταχύτητα, μπορεί να εκτιμηθεί προσεγγιστικά για συνθήκες σκληρού εδάφους > 50m από τον πίνακα των Seed & Idriss (σελ.124 σημειώσεων). Οπότε:

$$\frac{u_{\max}}{a_{\max}} = 0,138 \Rightarrow u_m = 0,138 \cdot 0,20g, \text{ άρα } d_m = \frac{0,138 \cdot 0,20g \cdot 50}{2 \cdot 1000} \Rightarrow d_m = 6,8\text{mm}$$

Σημειώνουμε ότι το 0,20g λήφθηκε κατ' εκτίμηση.

[12] Άσκηση 12^η:

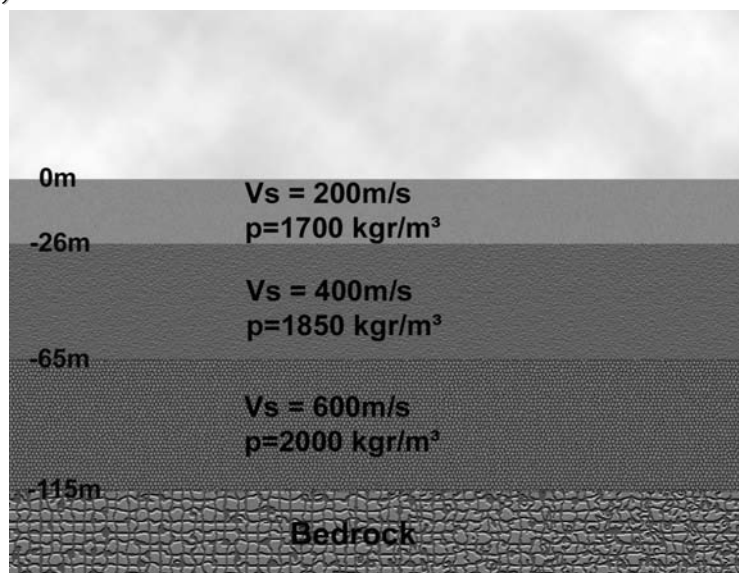
α) Δίνεται το εδαφικό προφίλ του σχήματος που αποτελείται από τρία στρώματα με τις εδαφικές τους ιδιότητες. Με δεδομένο πως στο έδαφος αυτό εφαρμόζεται ημιτονοειδής διέγερση-μετατόπιση διατμητικού τύπου $u=A\cdot\sin\Omega t$ (πλάτος διέγερσης $A=0,01\text{m}$, γωνιακή συχνότητα διέγερσης $\Omega=12\text{rad/sec}$) στο βραχώδες υπόβαθρο και διαδίδεται κατακόρυφα προς την επιφάνεια, να υπολογισθούν τα παρακάτω:

- 1) Το πλάτος του κύματος στις διεπιφάνειες των εδαφικών στρώσεων.
- 2) Η ενίσχυση της ταλάντωσης λόγω του επιφανειακού εδαφικού στρώματος (δίχως απόσβεση και με ύπαρξη 5% απόσβεσης)
- 3) Το πλάτος του κυματισμού στην επιφάνεια

Σημείωση: το 2ο και 3ο στρώμα θα ληφθούν υπόψη μόνο όσον αφορά την "αντίθεση" (contrast) των εδαφικών σχηματισμών και την επιρροή του στο πλάτος του διερχόμενου κύματος. Στη συνέχεια και μετά τον υπολογισμό του πλάτους του κύματος στη βάση του επιφανειακού στρώματος θα χρησιμοποιηθεί η σχέση της συνάρτησης μεταφοράς για τον υπολογισμό του πλάτους στην ελεύθερη επιφάνεια.

β) Να γίνει το διάγραμμα της συνάρτησης μεταφοράς για το επιφανειακό εδαφικό στρώμα του ερωτήματος (α) ($H=26\text{m}$, $V_s=200\text{m/s}$) συναρτήσει της γωνιακής συχνότητας της εξωτερικής διέγερσης Ω για μηδενική απόσβεση και για απόσβεση 5%.

- Ποια η επιρροή της ύπαρξης απόσβεσης στην τιμή της συνάρτησης μεταφοράς;
- Σε ποιες τιμές του Ω παρατηρείται μεγιστοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς;



12.1.1) Υπο-ερώτημα α1.

Σύμφωνα με το ήδη λυμένο παράδειγμα του κεφαλαίου 5 των σημειώσεων (Ελαστικά κύματα), υπολογίζουμε τους συντελεστές a (σημειώνουμε ότι λόγω της εκφώνησης, μας ενδιαφέρουν μόνο τα διερχόμενα κύματα):

$$a_{12} = \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = \frac{1850 \cdot 400}{2000 \cdot 600} = 0,617$$

$$a_{23} = \frac{p_3 \cdot V_3}{p_2 \cdot V_2} = \frac{200 \cdot 17}{400 \cdot 18,5} = 0,459$$

Υπολογίζουμε το πλάτος του κύματος στις διεπιφάνειες των εδαφικών στρώσεων:

Το πλάτος της ταλάντωσης του διερχόμενου κύματος υπολογίζεται από τη σχέση

$$A_i = \frac{2}{1 + a_i} A_1, \text{ έτσι, έχουμε:}$$

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{2}{1 + 0,617} A_1 \\ A_3 &= \frac{2}{1 + 0,459} A_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{2}{1 + 0,617} \cdot 0,01 = 0,0124 \\ A_3 &= \frac{2}{1 + 0,459} \cdot 0,0124 = 0,0170 \end{aligned} \right\}$$

12.1.2) Υπο-ερώτημα α2.

Στην περίπτωση της ανυπαρξίας απόσβεσης, ο συντελεστής ενίσχυσης $F(\omega)$ μεταξύ της διεπιφάνειας και της ελεύθερης επιφάνειας δίνεται στη σελίδα 39 του 5^{ου} κεφαλαίου σημειώσεων. Ο συντελεστής αυτός εκφράζει μια αρκετά απλή μορφή εδαφικής «ενίσχυσης» και ορίζεται αλλιώς ως συνάρτηση μεταφοράς (*transfer function*).

$$F(\omega) = \frac{u(0, t)}{u(H, t)} = \frac{2A \cdot e^{i\omega t}}{2A \cdot \cos(KH) \cdot e^{i\omega t}} = \frac{1}{\cos(KH)} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega \cdot H}{V_s}\right)}$$

$$F(\omega) = \frac{1}{\cos\left(\frac{12 \cdot 26}{200}\right)} = 92,626$$

Το τεράστιο αυτό νούμερο οφείλεται στο ότι βρισκόμαστε σε συντονισμό. Πράγματι, $12 \cdot 26 \approx 100 \cdot \pi$, οπότε $12 \cdot 26 / 200 \approx \pi / 2$, οπότε ο παρονομαστής απειρίζεται.

Στην περίπτωση της απόσβεσης, ο ανωτέρω τύπος τροποποιείται (βλ. και σελίδα 59 των σημειώσεων του 5^{ου} κεφαλαίου). Βέβαια, για $\xi=0$ επανερχόμαστε στον προηγούμενο τύπο.

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\cos^2\left(\frac{\omega \cdot H}{V_s}\right) + \left[\xi \cdot \left(\frac{\omega \cdot H}{V_s}\right)\right]^2}}$$

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\cos^2\left(\frac{12 \cdot 26}{200}\right) + \left[0,05 \cdot \left(\frac{12 \cdot 26}{200}\right)\right]^2}} = 12,700$$

12.1.3) Υπο-ερώτημα α3.

Από τη σελίδα 39 του κεφαλαίου 5 των σημειώσεων Το πλάτος του κυματισμού στην επιφάνεια

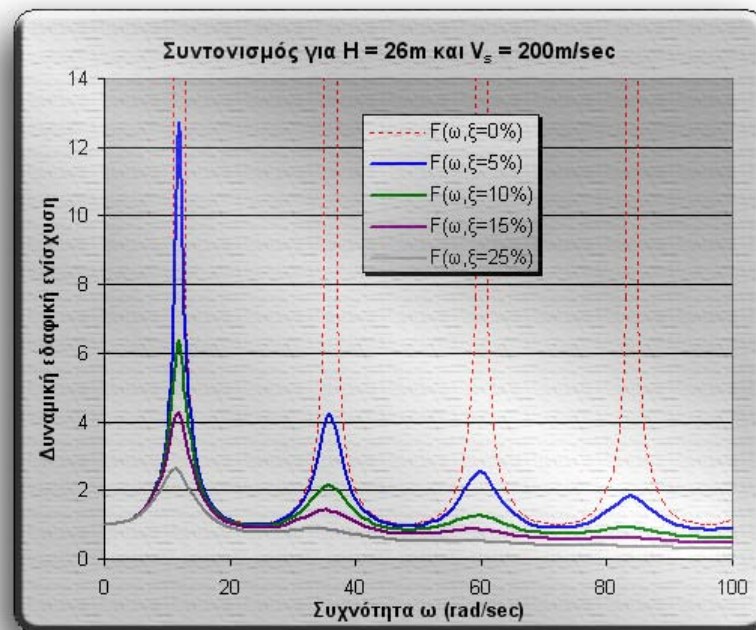
δίνεται από τη σχέση $A = 2 \cdot F(\omega) \cdot A_i = F(\omega) \cdot A_3$

Για μηδενική απόσβεση έχουμε $A = 2 \cdot 92,626 \cdot 0,0170 = 3,141 \text{ m!}$

Για απόσβεση 5% έχουμε $A = 2 \cdot 12,700 \cdot 0,0170 = 0,431 \text{ m.}$

12.2) Ερώτημα β.

Με βάση τους τύπους της δυναμικής ενίσχυσης του πρώτου ερωτήματος, έχουμε:

**12.2.1) Υπο-ερώτημα β1.**

Όπως ήδη φαίνεται από το ανωτέρω διάγραμμα, η επίδραση της απόσβεσης είναι καταλυτική, ιδιαίτερα στις υψηλές συχνότητες.

Στην περίπτωση του πρώτου συγχρονισμού, βλέπουμε ότι η απόσβεση 5% μείωσε το πλάτος κυματισμού στην επιφάνεια από 3,141 m σε 0,431 m (7,3 φορές!)

Τέλος, παρατηρούμε ότι όταν η απόσβεση αυξάνεται, υπάρχει η τάση το διάγραμμα να μετακινείται προς τα αριστερά (σε συνδυασμό, φυσικά, με την προφανή πτώση του).

12.2.2) Υπο-ερώτημα β2.

Για λόγους απλότητας, θα ασχοληθούμε μόνο με την περίπτωση της μηδενικής απόσβεσης.

Τότε, μεγιστοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς, ισοδυναμεί με:

$$\cos\left(\frac{\omega \cdot H}{V_s}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\omega \cdot H}{V_s} = (2 \cdot n - 1) \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega = (2 \cdot n - 1) \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{V_s}{H}.$$

Όταν, δηλαδή, η διεγείρουσα συχνότητα αποκτήσει τις ανωτέρω ιδιότητες, το πλάτος της ταλάντωσης της εδαφικής στήλης τείνει στο άπειρο.